今日の講義

「測量」

①軽重率と最確値

講義動画は公務員のライトHPにあります。
今日も勉強頑張っていきましょう😄

【今回のテーマ💡】

- **土質力学：①軽重率と最確値**
- **重要度：★★★★☆**
- **難易度：★☆☆☆☆**

第一回目は**『軽重率と最確値』**というテーマを進めていきたいと思います。出題方式がワンパターンなので、公式や考え方等をしっかりおさえておいて欲しいなと思います。また、**『縮尺』**の問題も簡単に紹介していきます。

【測量：①軽重率と最確値】せんせいの専門土木速習講座

表は、水準点A、B、Cから水準測量を行い、点Pの標高を求めたときの結果を示している。このとき、未知点Pの標高の最確値はおよそいくらか。

水準点	点Pの測定値[m]	測定距離[km]
A	57.284	2.0
B	57.289	3.0
C	57.273	1.5

①57.000 m

②57.140 m

③57.280 m

④57.420 m

⑤57.560 m

軽重率と最確値の問題というのは、こういう問題ですね！

では、この手の問題を解くために必要なポイントから紹介していきたいと思います。

ポイント①：軽重率と最確値

では、**『軽重率と最確値』**についての基礎知識から紹介していきます。

詳しい話は後でしますが、軽重率というのは、測定値の信用度を示す重みのことで、最確値というのは、限りなく真値に近い値(平均値)のことです。公式は上記の式になります。

そして、標準偏差というのはデータのばらつきを示したものなので、標準偏差が大きいと信用度は低いと言えます。また、測定距離が長くなるということは、それだけ誤差が大きくなるという事なので、データの信用度は低いことになります。さらに測定回数が増えれば増えるほど信用度は増加するわけですから、これらの関係をまとめると右上の図のようになります。

ポイント②：標準偏差

ポイント

標準偏差

$$s = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$$

s ：標準偏差
n ：データの総数
x_i ：各データの値
$\overline{x}$ ：データの平均値

(例)40点満点の公務員試験を受けた

	素点－平均点	(素点－平均点)^2
30点	30－20＝10	100
25点	25－20＝5	25
15点	15－20＝－5	25
10点	10－20＝－10	100
➡ 平均点は20点	➡ コレが偏差	➡ (偏差)^2

$$s = \sqrt{\frac{1}{4}(100+25+25+100)} \fallingdotseq 7.9$$

では次は、『**標準偏差**』についてポイントを紹介していきます。

標準偏差は上記の式で与えられるのですが、公式を覚えるというよりは一連の解き方や考え方を理解しておいて欲しいなと思います。

例えば、40点満点の試験を４人が受けたときの結果が30、25、15、10点だった時の標準偏差は図のように計算して7.9となります。測量の問題を解く中で、『標準偏差』の考え方を知ってないと面倒な場合も多いので、しっかりとおさえておいてください。

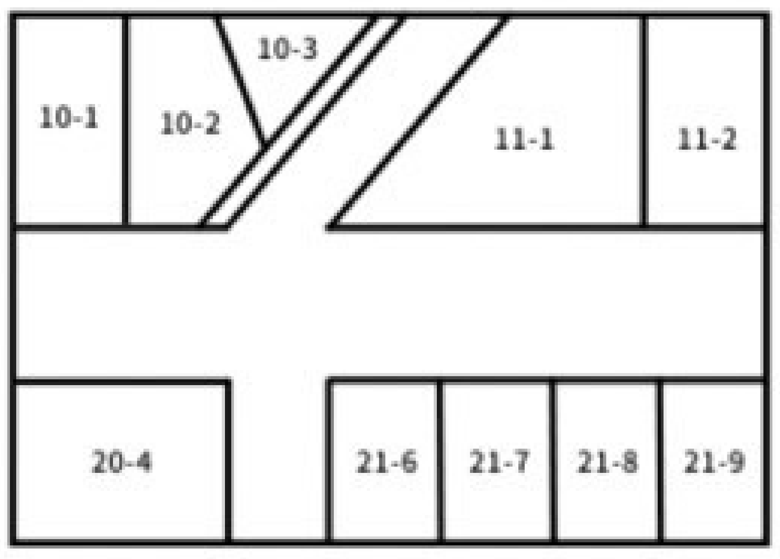
せんせい

ポイント③：縮尺

ポイント

縮尺　地図上の長さ ＝ 実際の長さ × 縮尺

(例)公図



出力縮尺
1/500

(例)地図

縮尺 1:500　50m

$10\text{cm} = \square \times \frac{1}{500}$

$\square = 5000\text{cm} = 50\text{m}$

→ 公務員になった後、特に地図や公図等を見る機会が多くなる。

では次は、『**縮尺**』についてポイントを紹介していきますが、覚えておくのは『地図上の長さ＝実際の長さ×縮尺』という点だけです。

技術公務員になると、特に『公図』や『地図』を見る機会が増えますので、この手の地図の見方も試験前におさえておくといいと思います。
では例題に移ります。今回は例題を6問解いていきたいと思います。

【例題①】過去問を解いてみよう！

表は、水準点A、B、Cから水準測量を行い、点Pの標高を求めたときの結果を示している。このとき、未知点Pの標高の最確値はおよそいくらか。

水準点	点Pの測定値[m]	測定距離[km]
A	57.284	2.0
B	57.289	3.0
C	57.273	1.5

①57.000 m

②57.140 m

③57.280 m

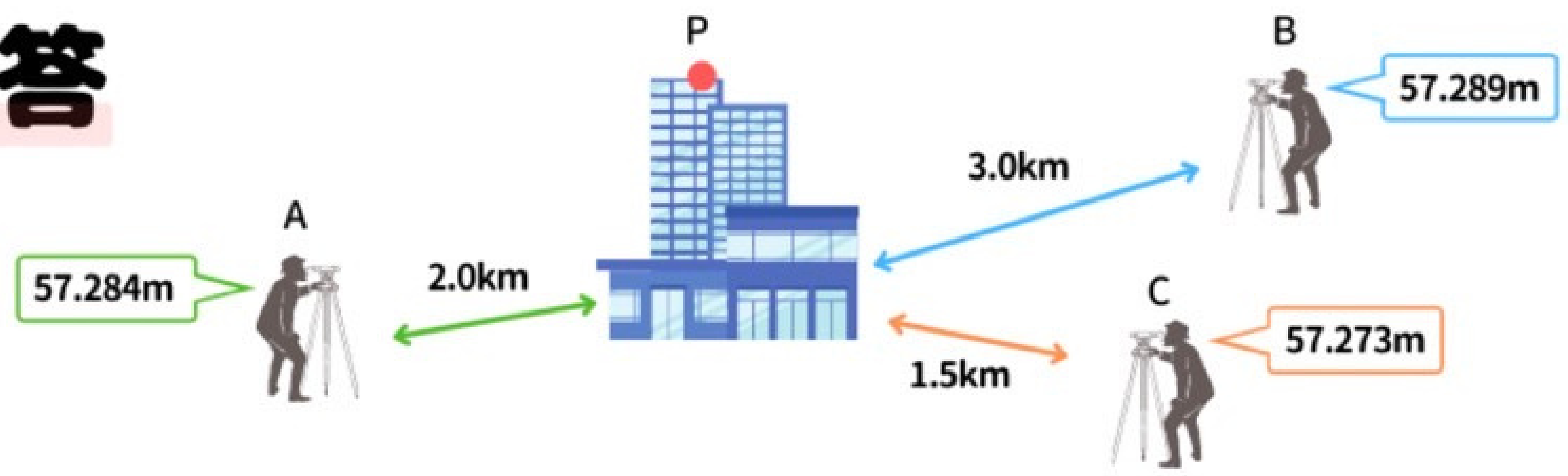
④57.420 m

⑤57.560 m

先ほど紹介したこちらの問題を解いていきます。この問題は国家一般職の高卒程度の試験で実際に出題された問題です。

【例題①】過去問の解説

解答



★軽重率は距離に反比例する

軽重率(信用度) ➡ $A:B:C=\frac{1}{2.0}:\frac{1}{3.0}:\frac{1}{1.5}=3:2:4$

公式

$$\text{最確値}=\frac{p_1L_1+p_2L_2+\cdots+p_nL_n}{p_1+p_2+\cdots+p_n}$$

$$=\frac{57.284\times3+57.289\times2+57.273\times4}{3+2+4}$$

一番低い値を基準に

$$=57.273+\frac{0.011\times3+0.016\times2+0\times4}{3+2+4}$$

➡ 57.280m//

まず、状況を図示すると上の図のようなイメージになります。

ココで最確値の公式とポイントを思い出してください。軽重率は信用の度合いのことなので、距離が長くなるにつれて誤差がでて精度が下がるハズです。そこで、軽重率は測定距離に反比例するので、A：B：C＝3：2：4となります。

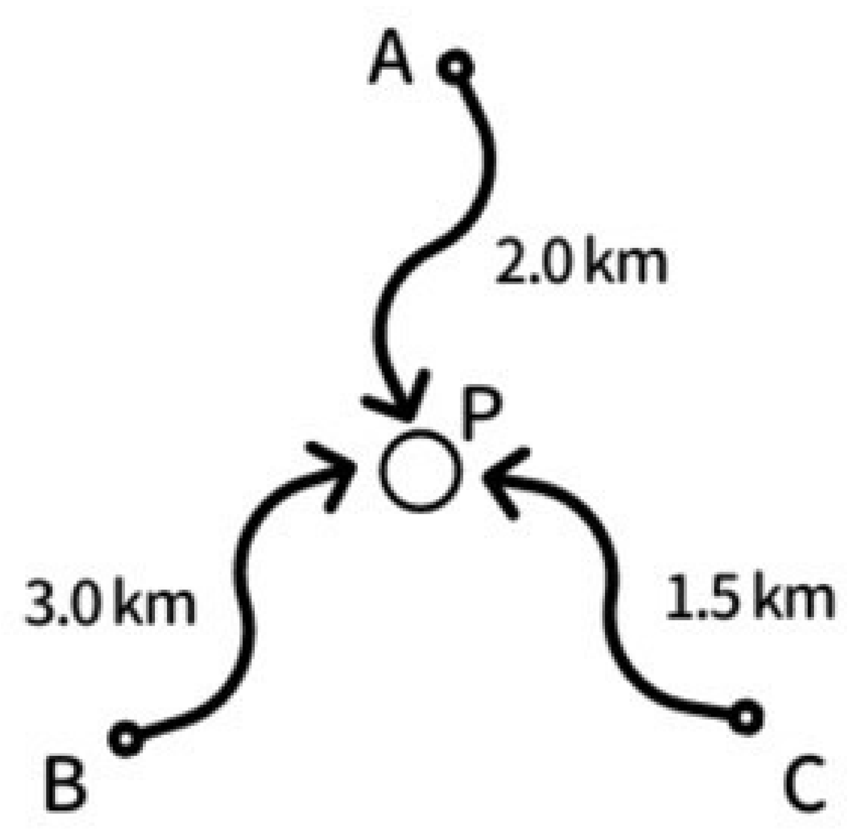
要は精度が高く、信用できるものを複数回かけて、その平均値(最確値)を求めていこうという考え方になります。今回の場合は、見方を変えると、測定回数がA3回、B2回、C4回と合計9回で、これの平均値を求めるということになります。

ここで、計算する際は、一番低いところを基準として、そのプラス分を掛け算して計算していくと楽に解けます。今回は57.273を基準にしています。計算すると、最確値が57.280ということで、答えは『 ③ **57.280m** 』ですね！

【例題②】過去問を解いてみよう！

図のような水準点A、B、Cから水準測量を行ったところ、表の結果を得た。このとき、点Pの標高の最確値はおよそいくらか。

水準点	点Pまでの測定距離 [km]	点Pの標高[m]
A	2.0	57.50
B	3.0	57.09
C	1.5	57.30



①57.26 m

②57.28 m

③57.30 m

④57.32 m

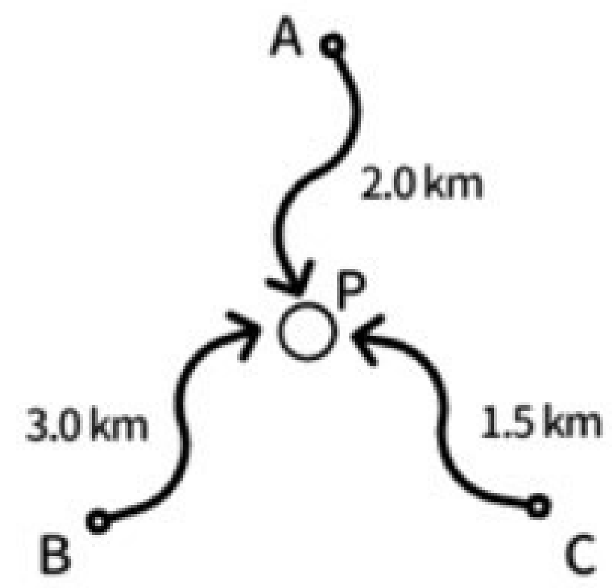
⑤57.34 m

こちらは国家一般職の試験で実際に出題された問題です。

【例題②】過去問の解説

解答

水準点	点Pまでの測定距離 [km]	点Pの標高[m]
A	2.0	57.50
B	3.0	57.09
C	1.5	57.30



★軽重率は距離に反比例する

軽重率(信用度) ➡ $A:B:C=\frac{1}{2.0}:\frac{1}{3.0}:\frac{1}{1.5}=3:2:4$

公式

$$\text{最確値}=\frac{p_1L_1+p_2L_2+\cdots+p_nL_n}{p_1+p_2+\cdots+p_n}$$

$$=\frac{57.50\times3+57.09\times2+57.30\times4}{3+2+4}$$

基準は何でもOK
(計算しやすいもの)

$$=57.00+\frac{0.50\times3+0.09\times2+0.30\times4}{3+2+4}$$

➡ 57.32m

こちらは大卒程度の試験ですが、例題①の高卒程度の問題と問われているポイントがすべて同じです。最確値を計算していく際の基準点は自分で自由に設定できるので、自分が計算しやすい値を選んでください。

計算すると、最確値が57.32ということで、答えは『 ④ **57.32m** 』ですね！

【例題③】過去問を解いてみよう！

最確値に関する次の記述の㋐、㋑に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

軽重率は、測定値の信用の度合いを表すものである。異なる測定値を用いて最確値を求める時は、軽重率を考えなければならない。例えばA、Bの2班がある距離を測定して表の結果を得たとき、軽重率は標準偏差の2乗に ア するため、最確値は イ mである。

	ア	イ
①	比例	81.827
②	比例	81.829
③	比例	81.832
④	反比例	81.834
⑤	反比例	81.836

	測定値[m]	標準偏差[m]
A班	81.824	±0.020
B班	81.839	±0.010

こちらも国家一般職の試験で実際に出題された問題です。

【例題③】過去問の解説

解答

軽重率は、測定値の信用の度合いを表すものである。異なる測定値を用いて最確値を求める時は、軽重率を考えなければならない。例えばA、Bの2班がある距離を測定して表の結果を得たとき、軽重率は標準偏差の2乗に 反比例 ㋐ するため、最確値は 81.836 ㋑ mである。

★軽重率は標準偏差の２乗に反比例する

軽重率(信用度) ➡ $A : B = \dfrac{1}{(0.020)^2} : \dfrac{1}{(0.010)^2} = 1 : 4$

公式

$$最確値 = \frac{p_1L_1 + p_2L_2 + \cdots + p_nL_n}{p_1 + p_2 + \cdots + p_n}$$

	測定値［m］	標準偏差［m］
A班	81.824	±0.020
B班	81.839	±0.010

$$= \frac{81.824 \times 1 + 81.839 \times 4}{1+4}$$

基準は何でもOK
(計算しやすいもの)

$$= 81.824 + \frac{0 \times 1 + 0.015 \times 4}{1+4} = 81.836$$

標準偏差はデータのばらつき度合いのことなので、ばらつきが大きい方が信用度合いが低いことになります。そして、ポイントで紹介した通りで、軽重率は標準偏差の２乗に反比例します。

なので、軽重率はＡ：Ｂ＝1：4となります。後は公式に代入して計算するだけで答えが求まります。

答えは『**⑤ ア：反比例、イ：81.836**』ですね！

【例題④】過去問を解いてみよう！

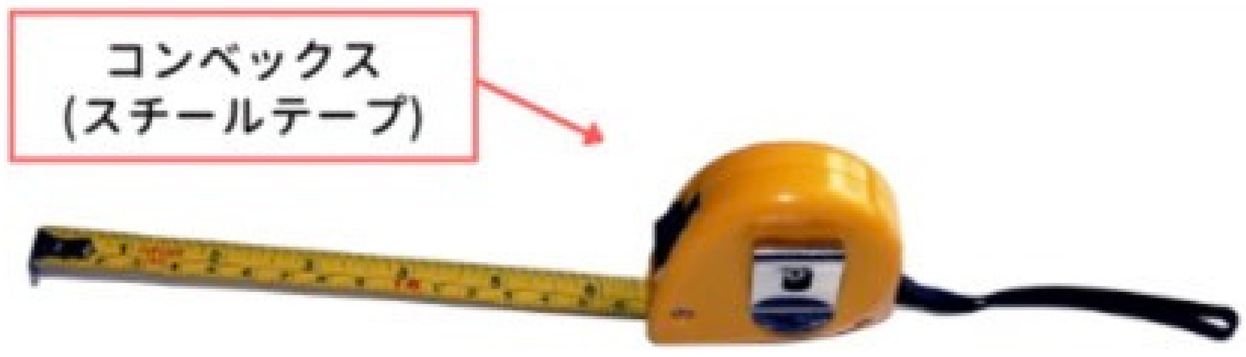
50 m スチールテープを用いて、平坦な A、B の2点間の距離をほぼ等距離の3区間に分けて測定した結果、全長の最確値は 135.000 m であった。全長の平均二乗誤差(標準偏差)はおよそいくらか。ただし、各区間の測定回数は同一とし、また、各区間の平均二乗誤差は ± 2.0 mm である。

① ± 3.5 mm
② ± 4.2 mm
③ ± 5.4 mm
④ ± 6.0 mm
⑤ ± 6.7 mm

こちらも国家一般職の試験で実際に出題された問題です。

【例題④】過去問の解説

解答



ほぼ等距離の３区間に分けて測定

➡ 約45m　約45m　約45m

- 軽重率は標準偏差の２乗に反比例する
- 軽重率は距離に反比例する
- 軽重率は測定回数に比例する

$$\Rightarrow\ p_1 : p_2 = \frac{1}{\sigma_1^2} : \frac{1}{\sigma_2^2} = \frac{1}{L_1} : \frac{1}{L_2} = n_1 : n_2$$

$$\Rightarrow\ \frac{1}{2.0^2} : \frac{1}{\sigma_2^2} = \frac{1}{45} : \frac{1}{135}$$

$$\Rightarrow\ \sigma_2 = 2.0 \times \sqrt{3} \fallingdotseq 3.5 \qquad \Rightarrow\ \underline{\pm 3.5\text{mm}}$$

50mの巻尺を使って『ほぼ等距離の３区間に分けて測定』しているので、大体45m感覚で測定していたことがわかります。

ここで、ポイントで紹介した『軽重率と標準偏差、測定距離、測定回数の関係』を式でまとめると上記のようになります。今回はσ_1＝2.0、L_1＝45、L_2＝135なので、代入して計算するとσ_2≒3.5という値が求まります。なので、答えは『①**±3.5mm**』ですね！

少し厄介な問題ですが、この例題を覚えておけば同じパターンの問題が出たときに対応できると思います。また、知識として、距離が〇倍されたときは、標準偏差は√〇倍になるということを覚えておいても良いと思います。

【例題⑤】過去問を解いてみよう！

実際の地表上にある３点A、B、Cについて、縮尺が1：25000の地形図上において３点間の長さ及び角度を測定したところ、AB＝12.0cm、AC＝9.00cm、BC＝15.0cm、∠BAC＝90°であった。このとき、縮尺が1：7500の地形図上において、３点A、B、Cで囲まれた部分の面積はいくらか。

① 4.86 cm^2

② 16.2 cm^2

③ 54.0 cm^2

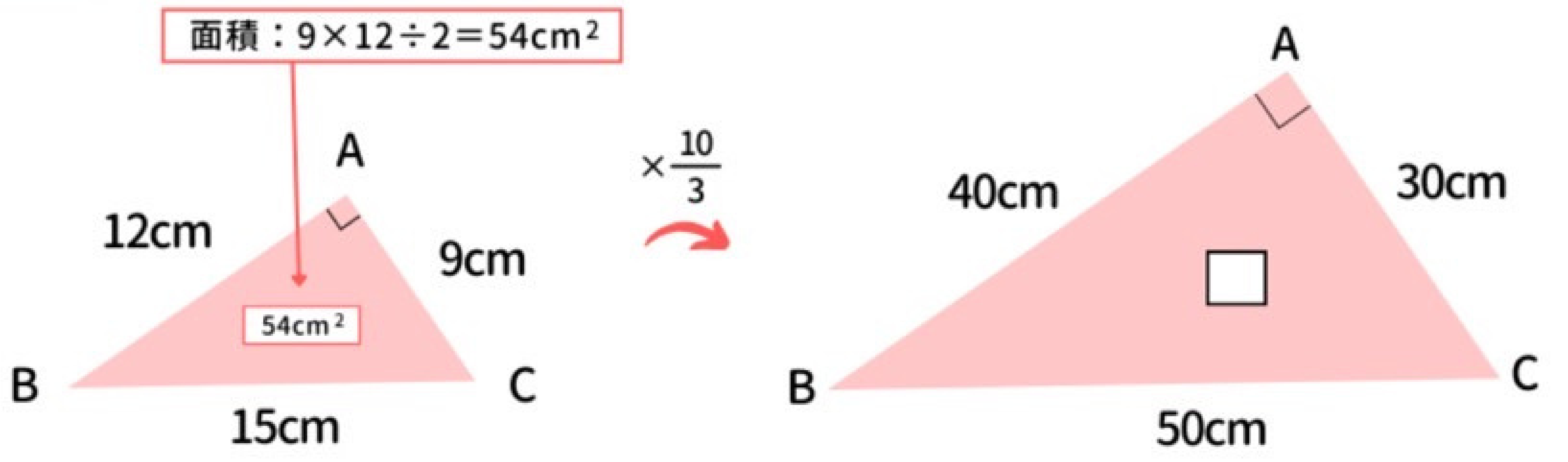
④ 180 cm^2

⑤ 600 cm^2

こちらは国家一般職の高卒程度の試験で実際に出題された問題です。

【例題⑤】過去問の解説

解答



$$\frac{1}{25000} : \frac{1}{7500} = 3:10$$ ➡ 面積比は $3^2:10^2$

$$54:\square = 9:100$$

→ $600cm^2$

よく見る３：４：５の三角形ですね。面積を比較したいときは『相似比』に着目するのが一番です。

今回は縮尺がそれぞれ、1/25000：1/7500なので、両辺に75000をかけて、辺の比は３：10であることがわかります。要は辺を10/3倍すればそれぞれの辺の長さが求まるということですね。

ただ、単純に面積比というのは、辺の比の2乗となるので、面積比⇒3^2：10^2＝9：100であることはすぐに判断できます。1/25000の縮尺の時の面積は54なので、計算すると求めたい面積は600cm^{2}となります。答えは『 **⑤ 600cm²** 』ですね！

【例題⑥】過去問を解いてみよう！

撮影高度 3000m、焦点距離(画面距離) 15cm の航空カメラで鉛直写真の撮影を行ったところ、標高が 900m の山が写っていた。標高 900m の山頂における写真の撮影縮尺はおよそいくらか。

① $\frac{1}{1400}$

② $\frac{1}{2000}$

③ $\frac{1}{10000}$

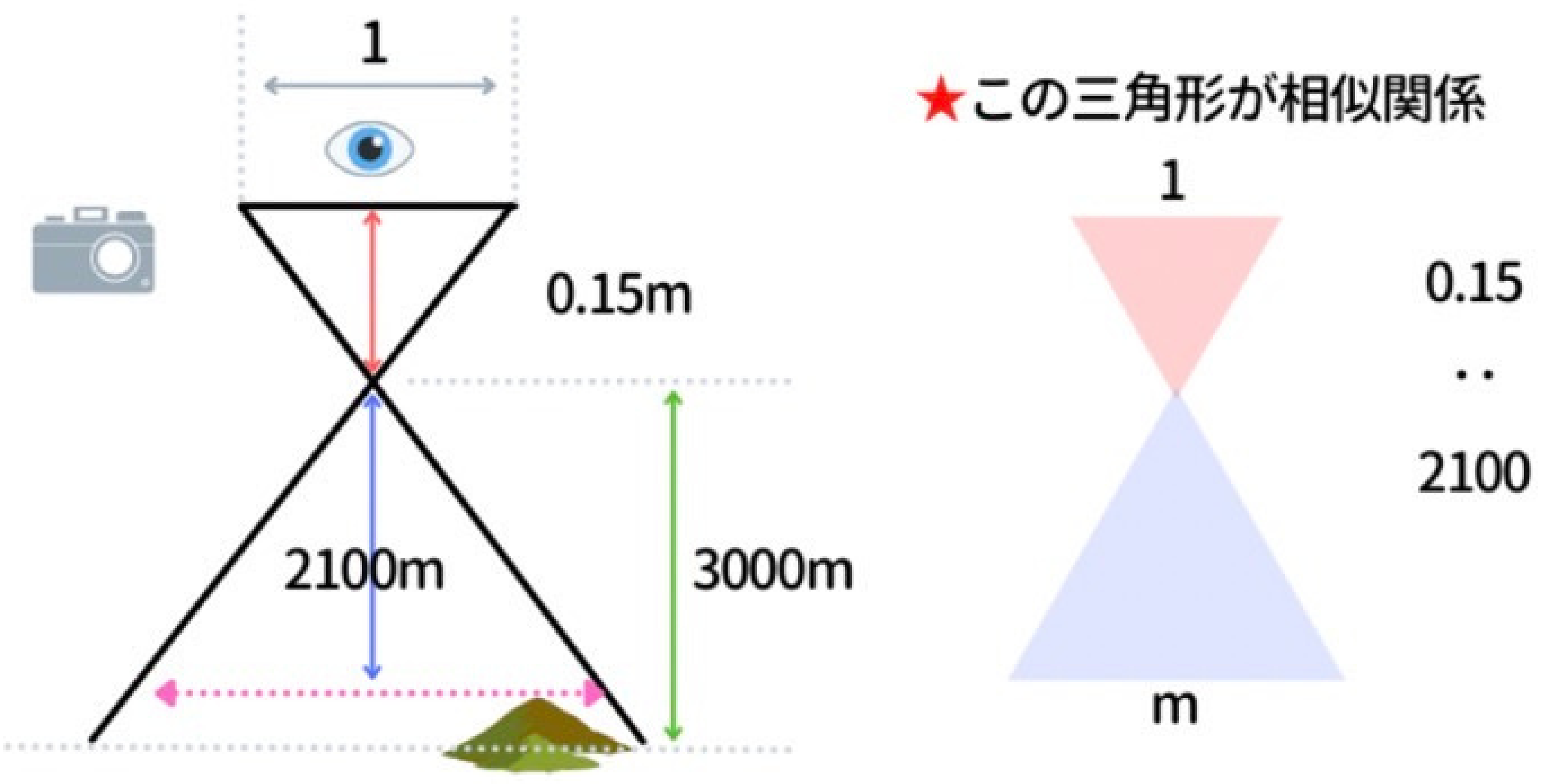
④ $\frac{1}{14000}$

⑤ $\frac{1}{20000}$

こちらも国家一般職の高卒程度の試験で実際に出題された問題です。

【例題⑥】過去問の解説

解答



$$\frac{f}{H}=\frac{l}{L}=\frac{1}{m}$$

f：画面距離
H：撮影高度
l：写真上に写された距離
L：地上距離
m：写真縮尺分母

$$\frac{0.15}{2100}=\frac{1}{m} \Rightarrow \frac{1}{14000}$$

状況を図示すると上のようになります。赤矢印が焦点距離、青矢印が山頂からカメラの焦点までの距離です。

ここで、右上の赤と青の三角形が相似関係で、長さの比より0.15：2100であることがわかります。この関係がわかれば、公式などを知らなくても、縮尺が1/14000であることは気づけるかなと思います。答えは『 ④ **1/14000** 』ですね！