今日の講義

「水理学」

①水圧基礎・発展

講義動画は公務員のライトHPにあります。
今日も勉強頑張っていきましょう😄

せんせい

【今回のテーマ💡】

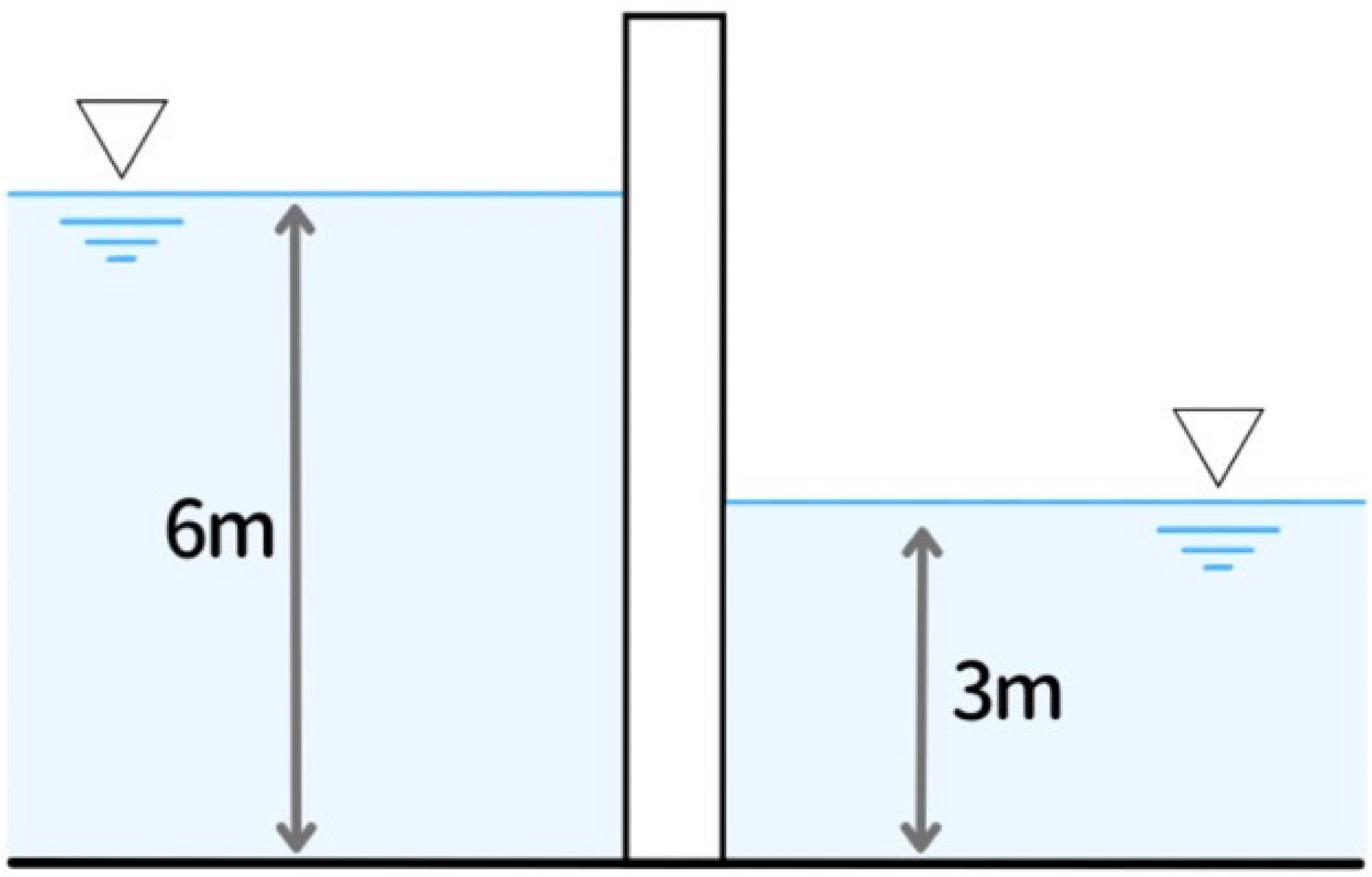
- 水理学：①水圧基礎・発展
- 重要度：★★★★★
- 難易度：★★☆☆☆

『水圧』の問題も出題頻度は高いです。
問題難易度としては、難しい問題と簡単な問題でムラがありますが、簡単な問題が多いです。また、ココが理解できてないと、他の分野や他の科目にも支障が出てしまうので、基礎はしっかりと固めておいて欲しいなと思います。

【水理学：①水圧基礎・発展】せんせいの専門土木速習講座

図のように堰板の両側から静水圧が働く場合、全水圧が堰板に作用する点は堰板の下端からおよそいくらのところか。

① 1.67 m
② 2.00 m
③ 2.33 m
④ 2.67 m
⑤ 3.00 m



水圧の問題というのは、こういう問題ですね！
様々なタイプの問題がありますので、今回は色々なタイプの問題に触れていけたらと思っております✨

では、この手の問題を解くために必要なポイントから紹介していきたいと思います。

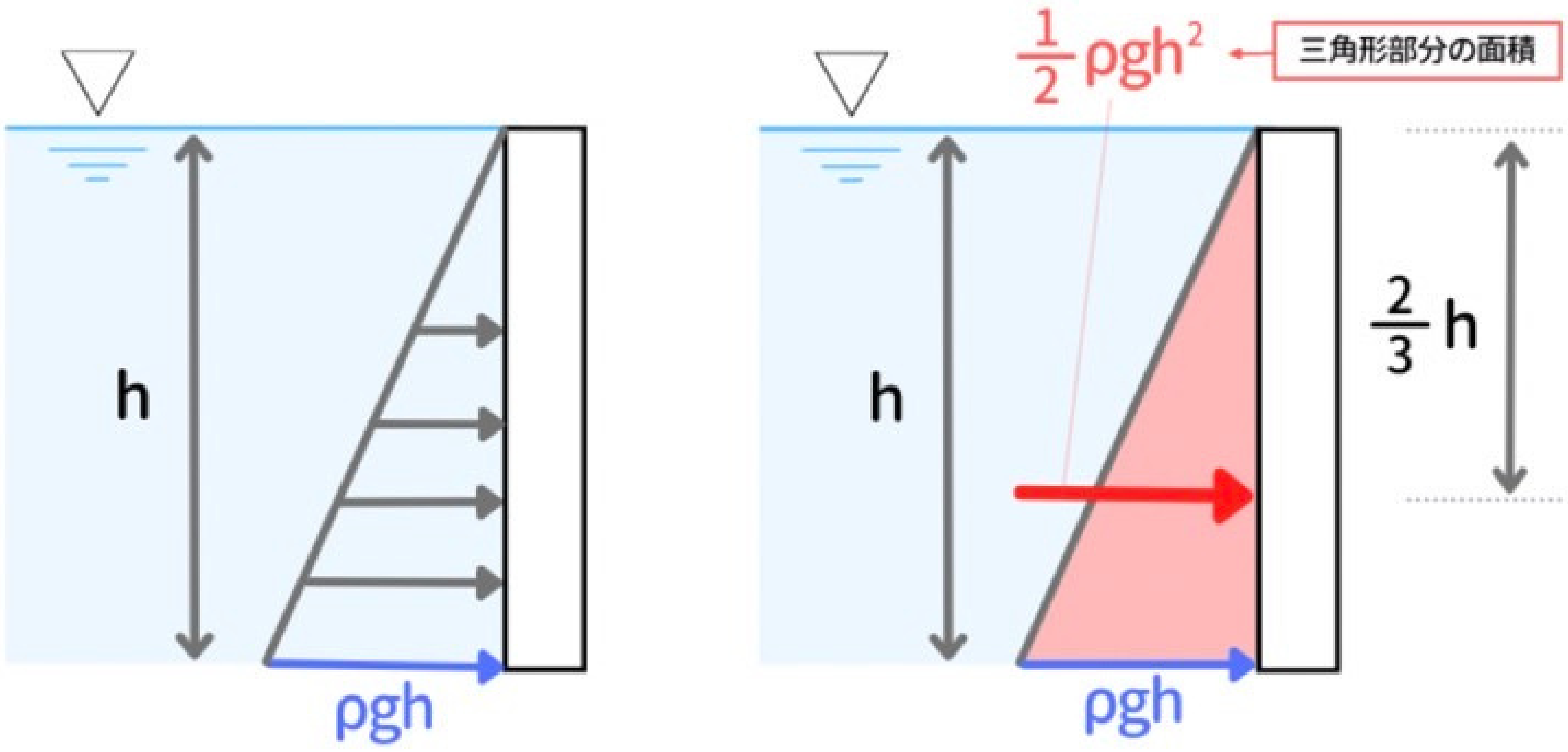
ポイント①：静水圧(水圧)の公式

ポイント 重要!

★静水圧(水圧)の公式

$$P = \rho g h$$

ρ ：水の単位体積当たりの質量
g ：重力加速度
h ：高さ(水深)



『**水圧(静水圧)**』というのは、水の重さによる圧力のことです。水の重さですから、深ければ深いほど水圧は大きくなります。

水の密度をρ、重力加速度をgとすると、深さhの時の水圧Pの大きさは、『**★P=ρgh**』という式で表されます。

また、水に接する面積全体に作用する水圧の合計を『**全水圧**』と言います。例えば、図のように、水中の垂直な面に働く全水圧は、三角形分布荷重と同じ考え方で、三角形部分の面積ということになるので、$pgh^2/2$ということになります。そして、三角形なので、水面から2h/3の位置(重心)に力が作用します。

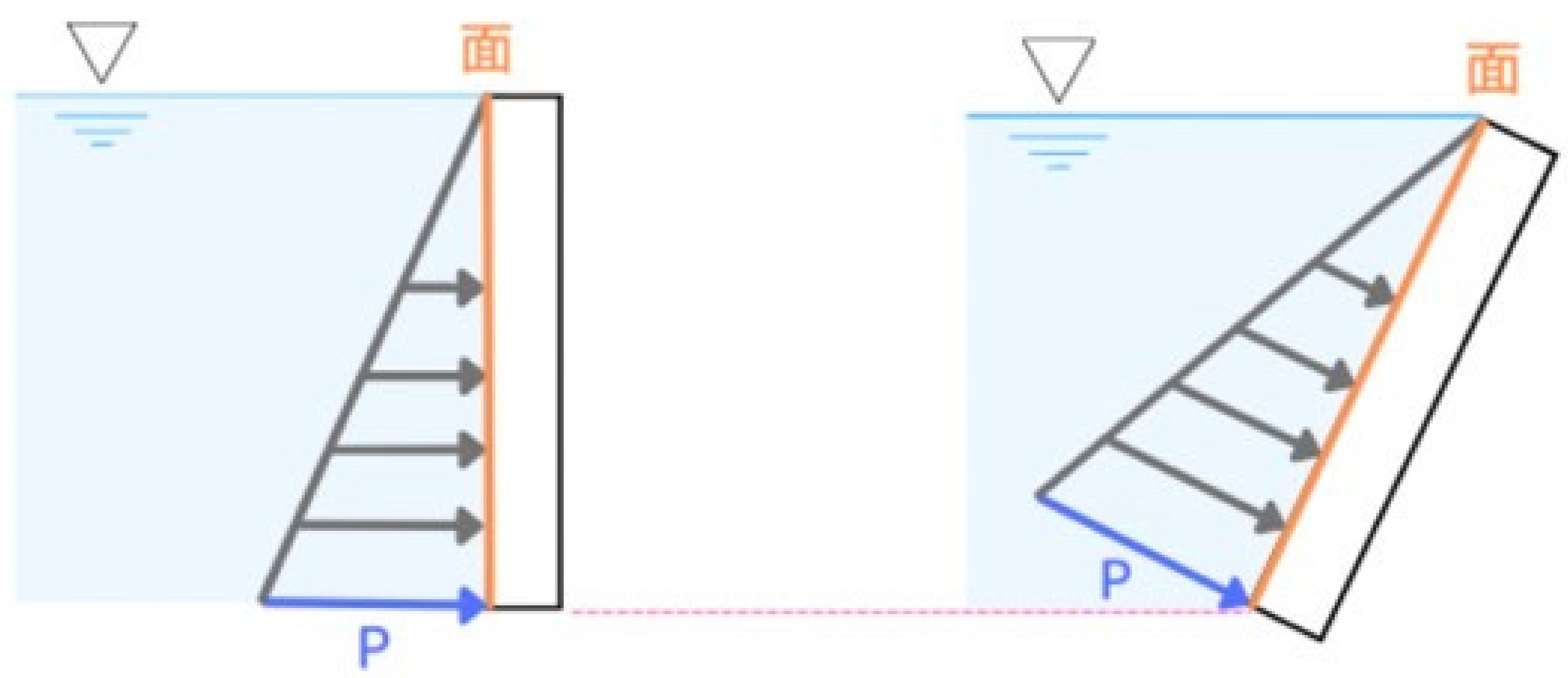
せんせい

ポイント②：水圧の性質

ポイント

水圧の性質

- **深くなるにつれて水圧は大きくなる**
- **水圧は面に対して垂直に作用する**
- **水圧は水面からの深さのみで決まる(深さが同じなら水圧の大きさも等しい)**



次は、『**水圧の性質**』について、ポイントを紹介していきます。上記の３つのポイントは絶対に把握しておいてください。

水圧は、面に対して垂直に作用します。例えば、図のように、面が斜めだったとしても、面に垂直になるように水圧が作用します。

また、水圧は水面からの深さのみで決まるという点も重要です。同じ深さであれば、水圧の大きさは等しくなるので、例えば、面が斜めになったとしても、同一水平面上であれば、水圧の大きさ(P)は等しくなります。

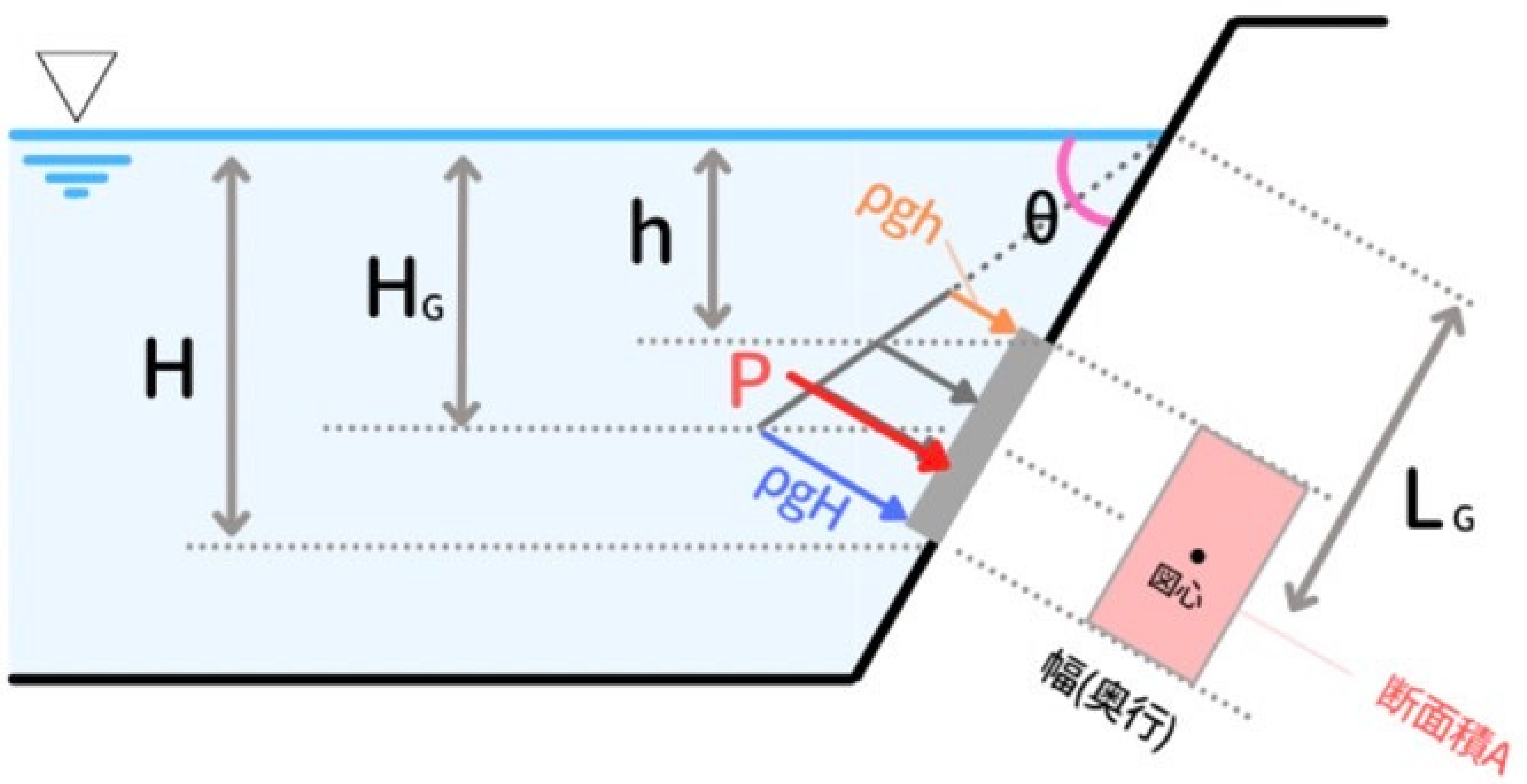
ポイント③：傾斜した平面に加わる全水圧

ポイント

★斜面に加わる全水圧

H_G：断面の図心までの距離
A：断面積

$$P = \rho g H_G A \qquad H_G = L_G \sin\theta$$

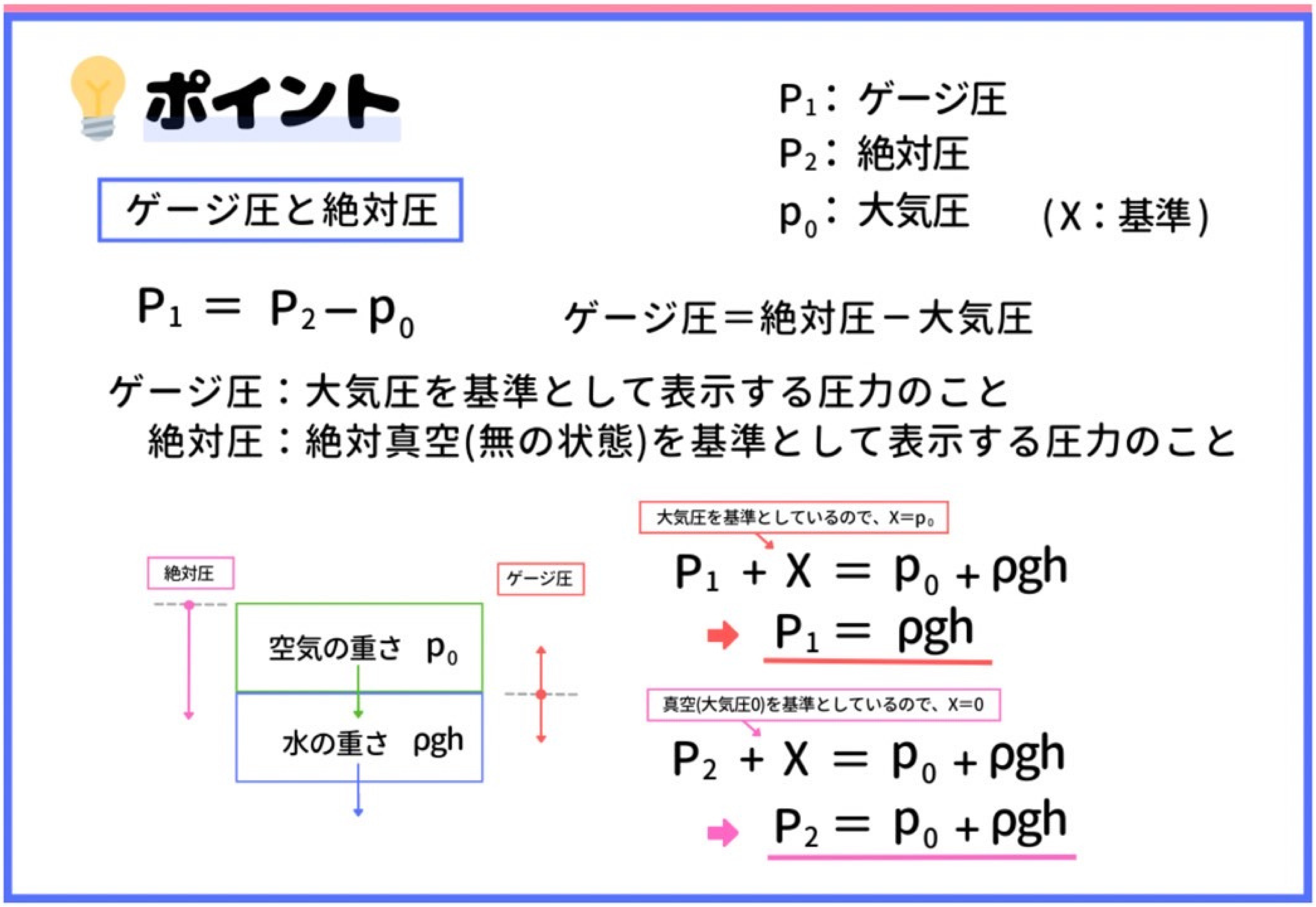


では次は、**『傾斜した平面に加わる水圧』**の考え方について紹介していきます。

斜面に加わる全水圧Pは、『 **$P=\rho g H_G A$** 』という式で表されます。H_Gは断面の図心までの距離で、Ａは断面積です。

そして、斜面部分の図心までの距離をL_Gとすると、$H_G=L_G\sin\theta$という関係が成り立ちます。

ポイント④：ゲージ圧と絶対圧



『**ゲージ圧**』と『**絶対圧**』の考え方についても紹介させていただきます。

ゲージ圧というのは、大気圧を基準として表示する圧力のことで、絶対圧というのは、真空状態を基準として表示する圧力のことです。
⇒先ほど紹介した公式などは全て、ゲージ圧で示したものです。

皆さん日頃生活していても、空気に重さがあるということはあまり意識しないと思いますが、実は空気にも重さがあって、この重さのことを大気圧と呼びます。
そこで、水中のとある点の水圧について考える際には、本来、空気の重さと水の重さのどちらも考慮する必要があります。
ただ、毎回毎回大気圧を考慮していると面倒くさいので、私たちの普段の生活の中では、基本的に大気圧を基準として、色々な圧力を表示しています。なので、**基本的には水理学の問題も『ゲージ圧』を使用**します。問題文に『真空』を基準とするなどの表記がある場合は、絶対圧の考え方で問題を解いていってください。

ポイント⑤：テンター(ラジアル)ゲート（曲面に水圧が作用）

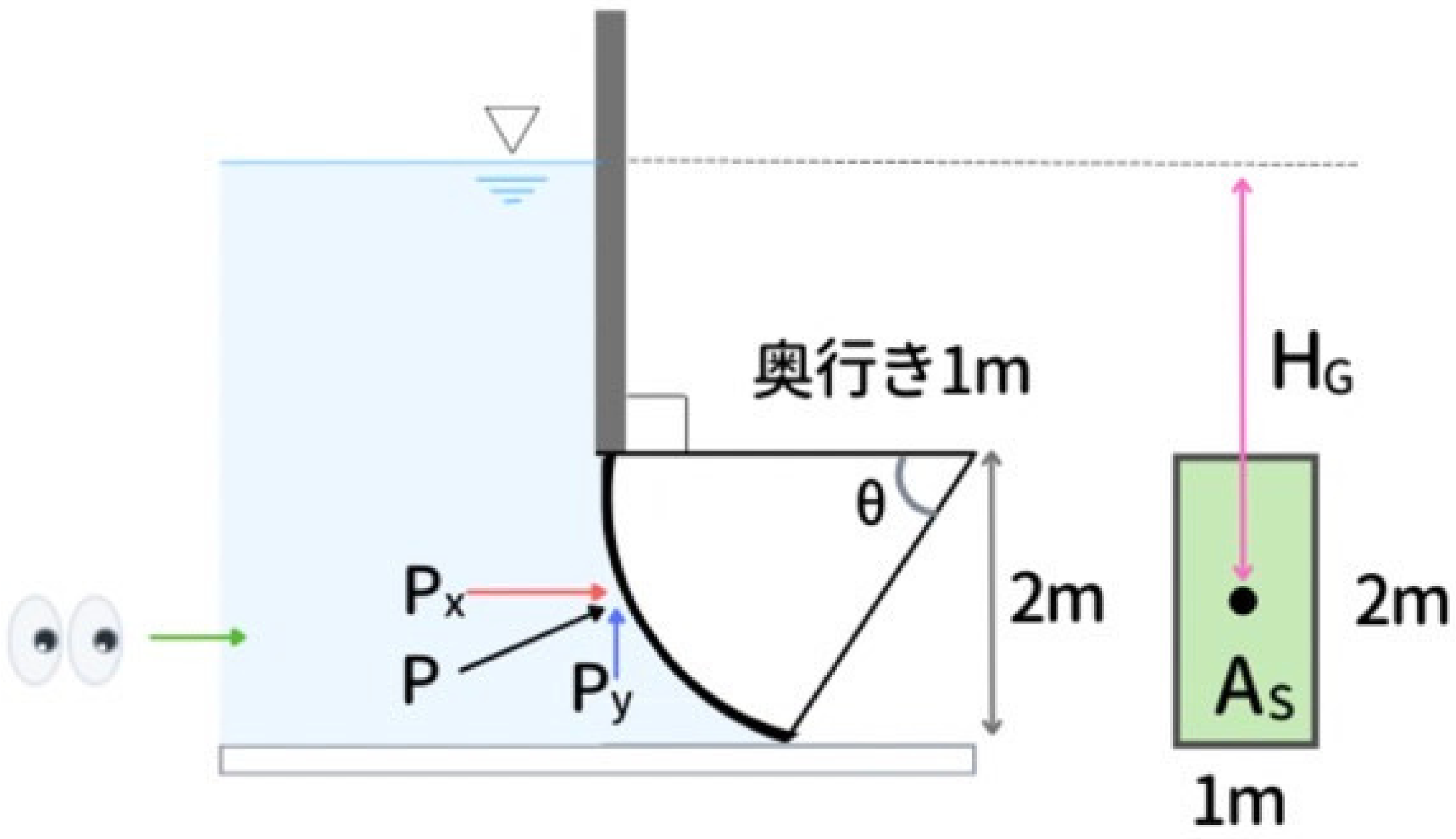
ポイント

テンターゲート

$$P_X = \rho g H_G A_S$$

$$P_Y = \rho g V$$

$$P = \sqrt{P_X^2 + P_Y^2}$$



P_X：水平分力　　H_G：図心までの距離
P_Y：鉛直分力　　A_S：投影面積(真横から見たときの面積)
P ：全水圧　　V ：曲面を底面とする水面までの水中の体積

では、次は『**テンターゲート**』についてポイントを紹介していきます。

この手の曲面に働く問題が出たら、全水圧Pを、水平方向と鉛直方向に分けて考えていきます。
そこで、水平分力は、『 **$P_X = \rho g H_G A_S$** 』という式で表され、鉛直分力は、『 **$P_Y = \rho g V$** 』という式で表されます。そして、三平方の定理より、『 **$P = \sqrt{P_X^2 + P_Y^2}$** 』という関係になります。

また、A_Sというのは、投影面積のことで、単純に緑の矢印の方向から見たときの断面の面積のことです。そして、H_Gが水面から投影図の図心までの距離のことです。

【例題①】過去問を解いてみよう！

図のように堰板の両側から静水圧が働く場合、全水圧が堰板に作用する点は堰板の下端からおよそいくらのところか。

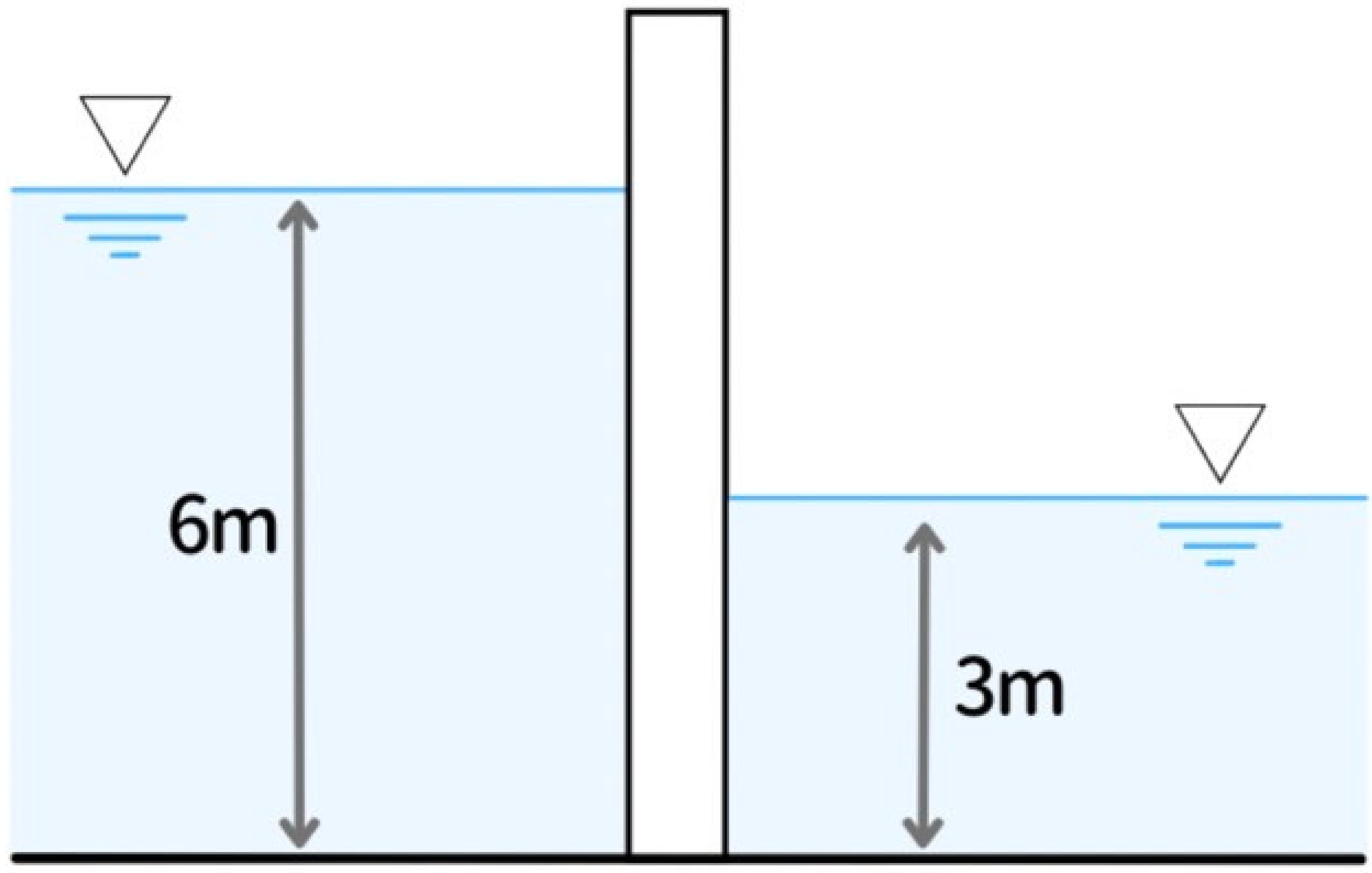
①1.67 m

②2.00 m

③2.33 m

④2.67 m

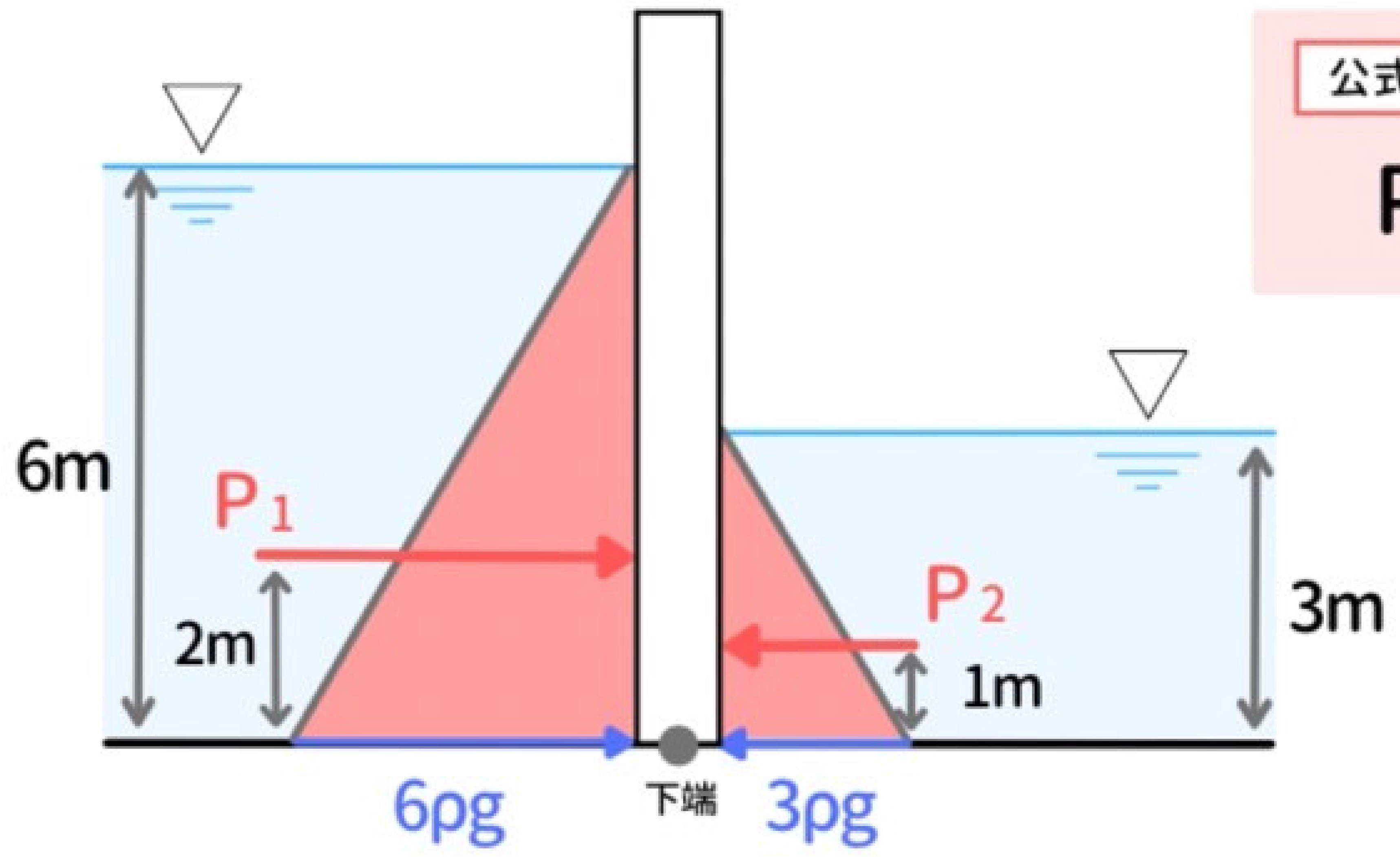
⑤3.00 m



先ほど紹介したこちらの問題を解いていきます。ちなみに、この問題は地方の試験で実際に出題された問題です。

【例題①】過去問の解説

解答



公式

$$P = \rho g h$$

奥行き(幅)を1mとして考える

三角形部分の面積×幅

$$P_1 = 6\rho g \times 6[m] \div 2 \times 1 = 18\rho g$$

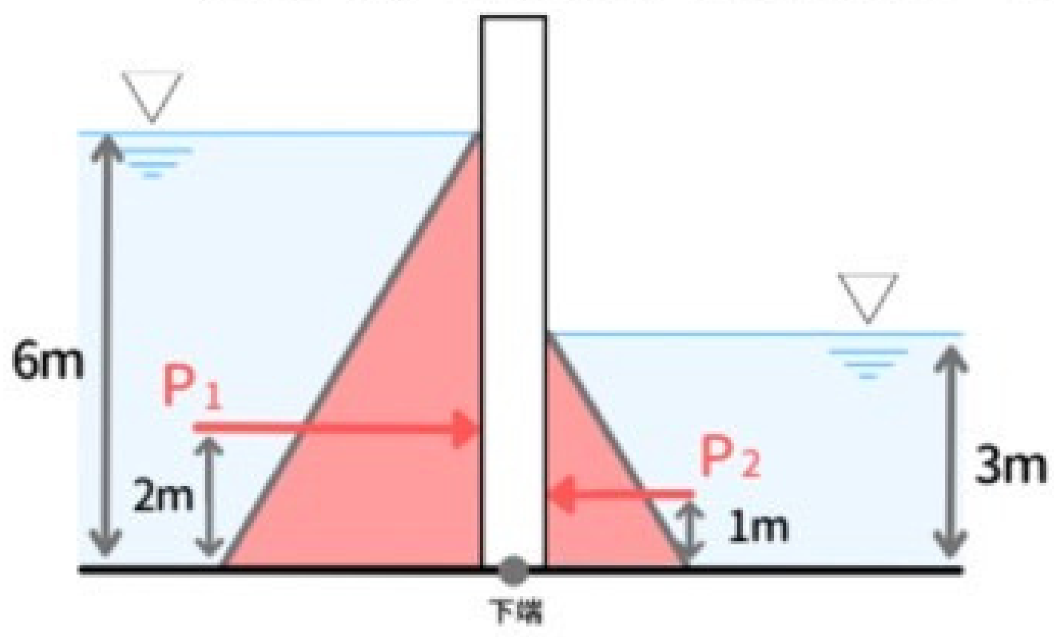
$$P_2 = 3\rho g \times 3[m] \div 2 \times 1 = 4.5\rho g$$

全水圧

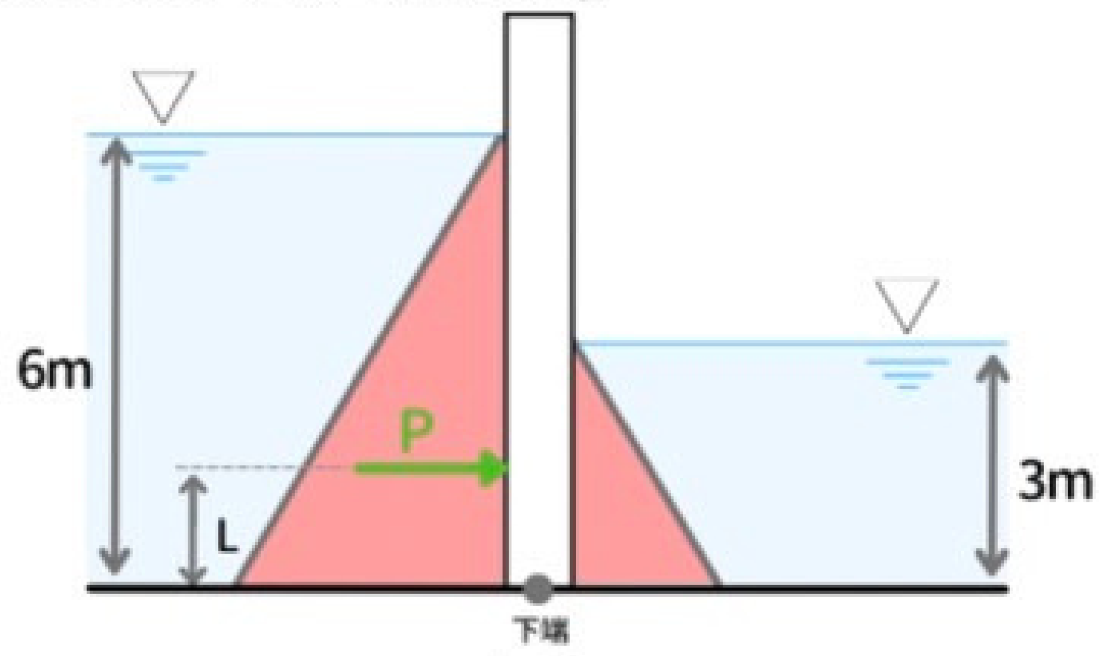
$$P_1 - P_2 = 13.5\rho g = P_{(右向き)}$$

堰板には右向きの力が加わる

ここで、図Aと、図Bはモーメントが等しくないといけない。



図A



図B

$$M_A = 18\rho g \times 2 - 4.5\rho g \times 1$$

時計回りに回転させる力が働く

$$M_B = 13.5\rho g \times L$$

時計回りに回転させる力が働く

$$M_A = M_B \text{ より} \Rightarrow \underline{L = 2.33\,[m]}$$

まず、公式より、青色矢印の大きさは、それぞれ、6ρg、3ρgであることがわかります。

そして、三角形分布荷重の合力は、三角形部分の面積となるので、P_1の方が、6ρg×6÷2で18ρg、P_1の方が、3ρg×3÷2で4.5ρgになります。

ココで荷重の合力を計算すると、P_1-P_2で、13.5ρgということで、右向きに力が加わっている状態となります。(※注意点なのですが、力が釣り合っているわけではないので、ココは気を付けて下さい。)

求めたい値である、作用位置までの距離をLと置くと、図Bのような状態になります。ここで、図Aと図Bの状態でのモーメントは等しいハズですから、$M_A=M_B$を計算すれば、L=2.33mということが分かります。

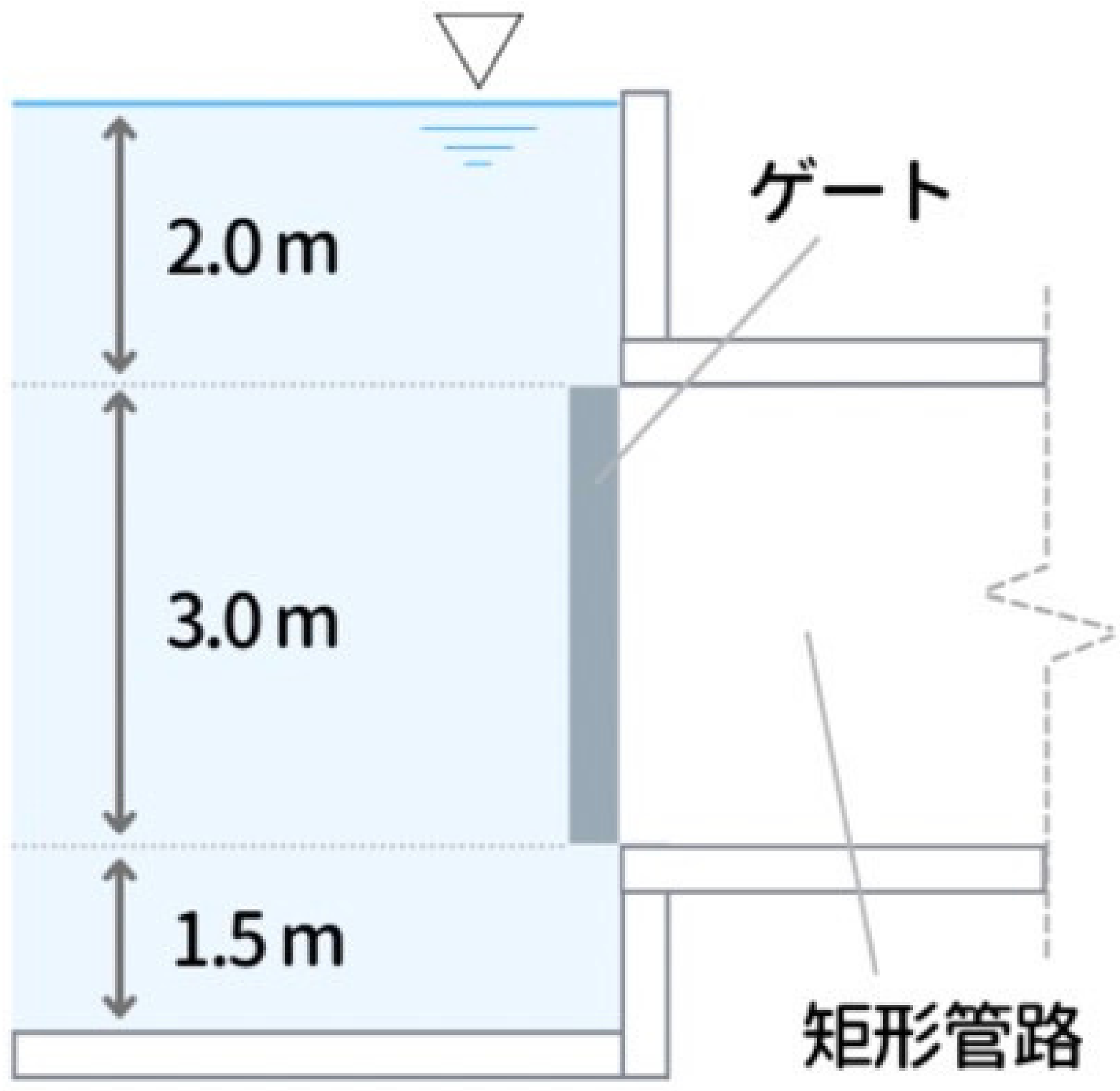
答えは『 ③ **2.33m** 』ですね！

ちょっと難しく感じた方もいるかもしれませんが、この手の問題は全て同じ解法で解けますので、解けなかった方は、解法手順を覚えておいてください。

【例題②】過去問を解いてみよう！

図のような水槽に、高さ3.0m、幅2.0m (紙面奥行き方向) の矩形のゲートが設置されている。このゲートに作用する全水圧はおよそいくらか。ただし、水の密度は1.0×10^3 kg/m^3、重力加速度の大きさは9.8 m/s^{2}とする。

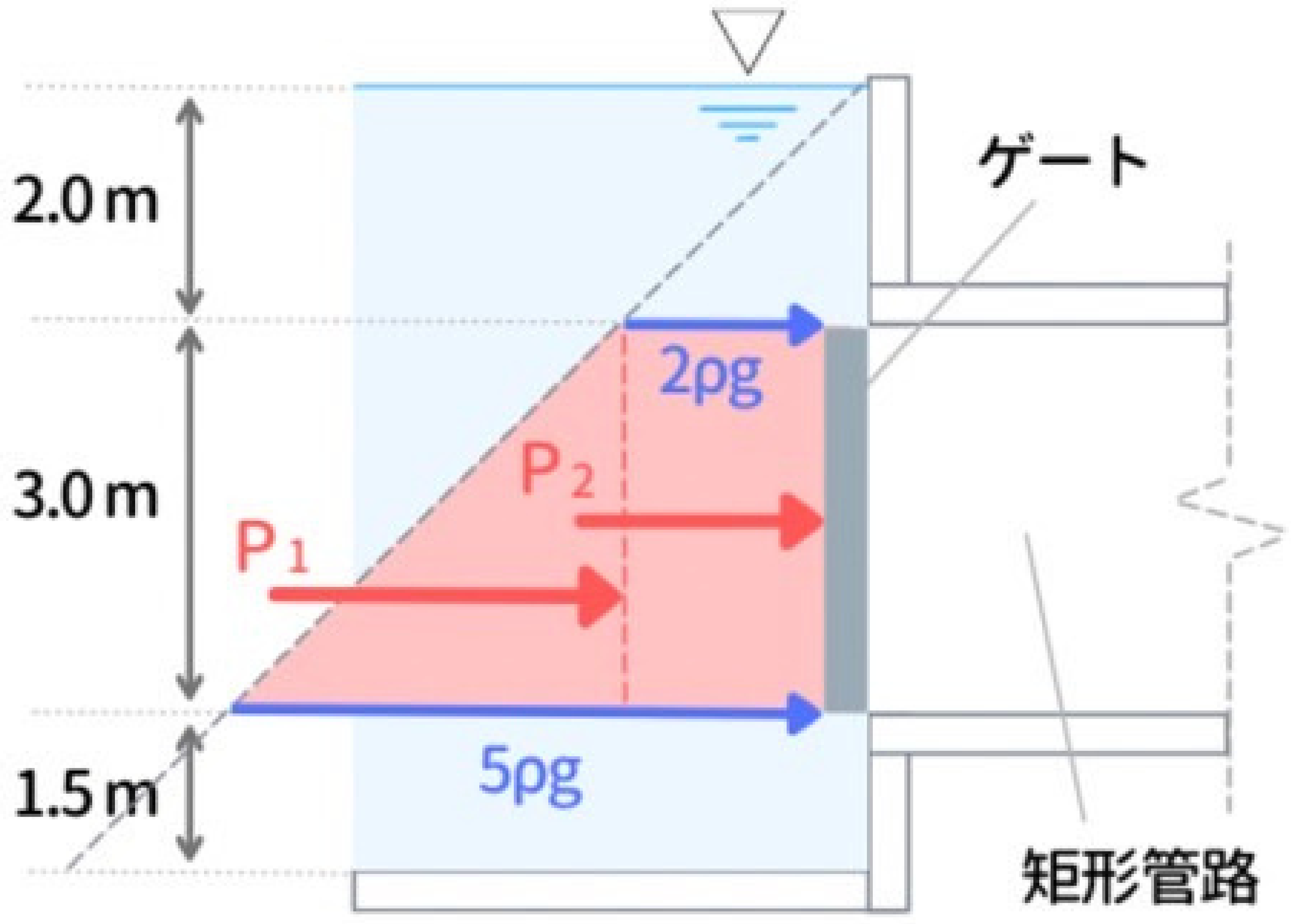
① 2.1×10^2kN
② 3.1×10^2kN
③ 4.1×10^2kN
④ 5.1×10^2kN
⑤ 6.1×10^2kN



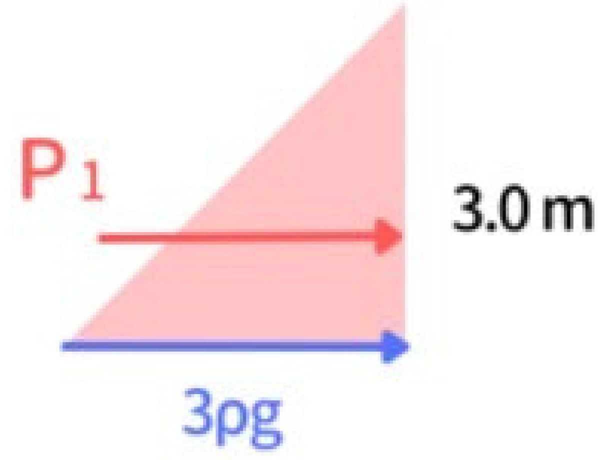
では次の問題を解いていきます。こちらは国家一般職の試験で実際に出題された問題です。

【例題②】過去問の解説

解答

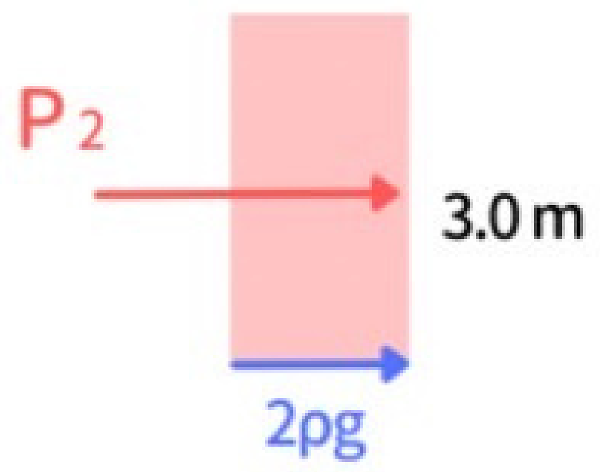


【参考】
$\rho = 1.0 \times 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$
$g = 9.8\,\mathrm{m/s^2} \fallingdotseq 10\,\mathrm{m/s^2}$



$$P_1 = 3\rho g \times 3[\mathrm{m}] \div 2 \times 2[\mathrm{m}] = 9\rho g$$

奥行き(幅)2mも忘れずに



$$P_2 = 2\rho g \times 3[\mathrm{m}] \times 2[\mathrm{m}] = 12\rho g$$

$$P_1 + P_2 = 21\rho g \Rightarrow \underline{2.1 \times 10^2\,\mathrm{kN}}$$

まず、水圧分布を図示すると、こちらのように台形分布になります。台形の場合は、三角形部分と、四角形部分に分けて考えればOKです！

台形の上底が2ρgで、下底が5ρgになるので、三角形部分の青矢印は3ρgで、四角形部分の青矢印は2ρgになります。

この面積が力の大きさですから、それぞれ計算すると、P_1が9ρg、P_2が12ρgとなります。全水圧は、P_1をP_2を足したものになるので、答えは2.1×10²kNということで、答えは『① **2.1×10²kN** 』です。

【例題③】過去問を解いてみよう！

図の斜線の長方形板の一つの側面に作用する静水圧の作用点の深さはいくらか。

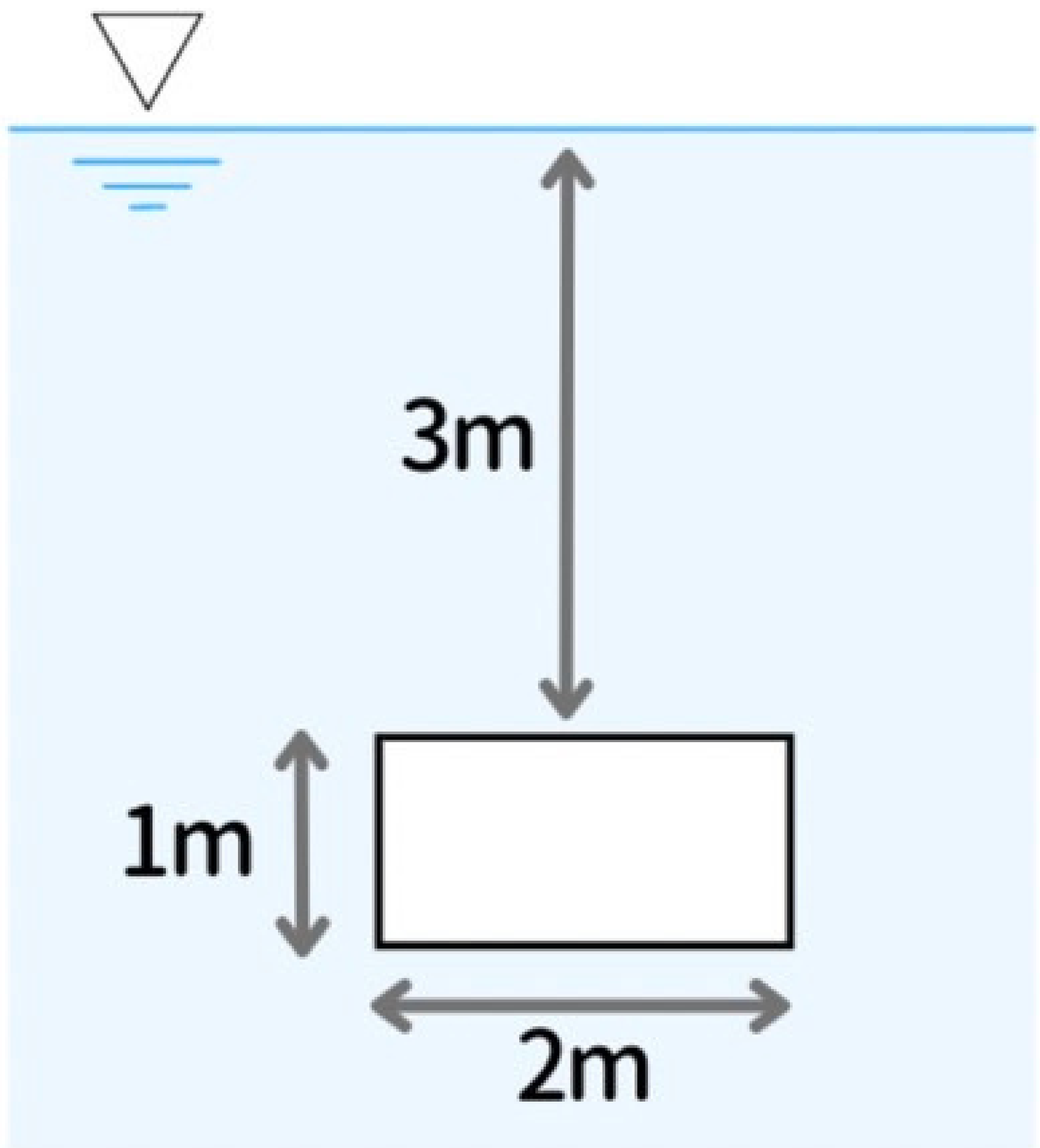
①3.50 m

②3.52m

③3.54 m

④3.56 m

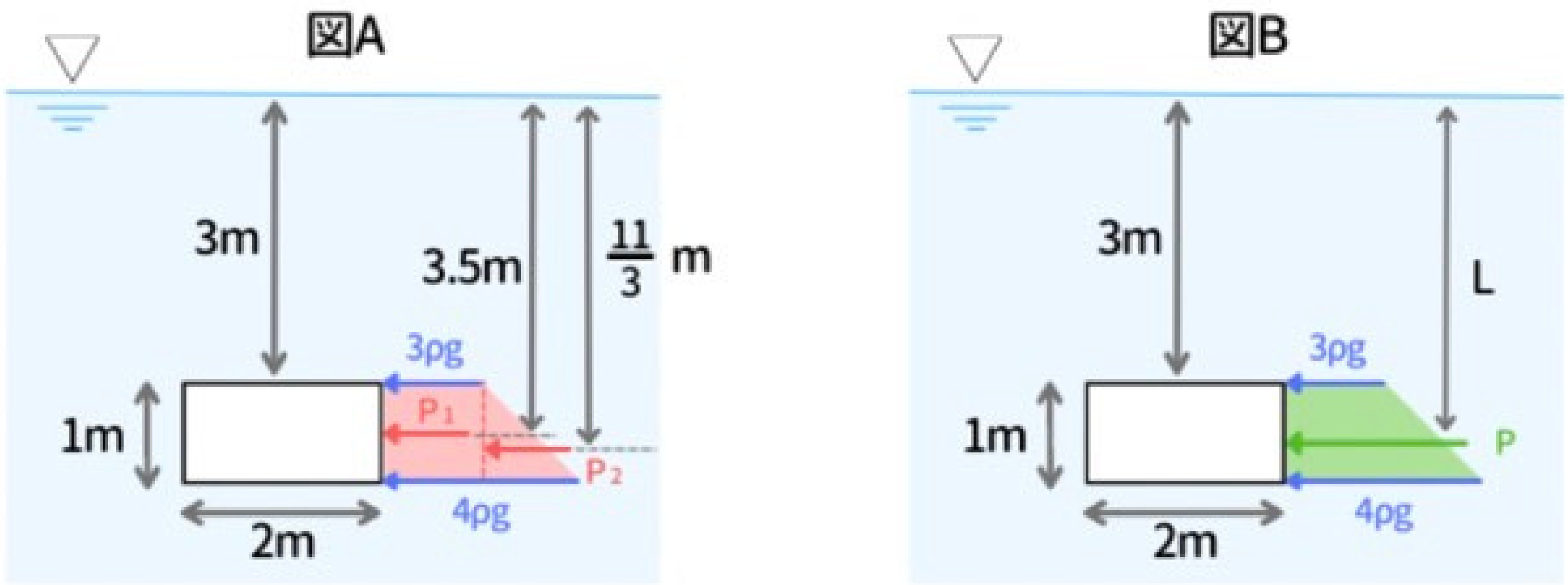
⑤3.58 m

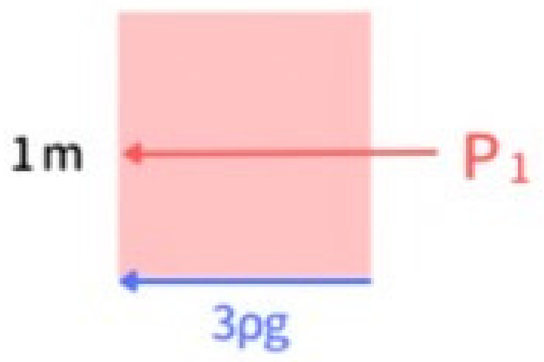


こちらは地方の試験で出題された有名な問題です。

【例題③】過去問の解説

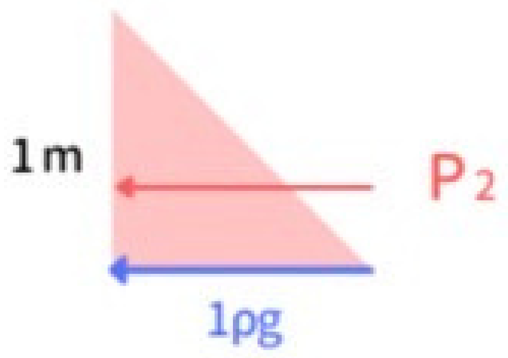
解答





$$P_1 = 3\rho g \times 1[\mathrm{m}] \times 1[\mathrm{m}] = 3\rho g$$

奥行き(幅)を1mとする



$$P_2 = 1\rho g \times 1[\mathrm{m}] \div 2 \times 1[\mathrm{m}] = 0.5\rho g$$

$$P_1 + P_2 = 3.5\rho g = \underbrace{P}_{\text{全水圧}}{}_{(\text{左向き})}$$

ここで、図Aと、図Bはモーメントが等しくないといけない。

$$3\rho g \times 3.5[\mathrm{m}] + 0.5\rho g \times \frac{11}{3}[\mathrm{m}] = 3.5\rho g \times L \Rightarrow L \fallingdotseq 3.52\mathrm{m}$$

まず、板に作用する水圧は台形分布になります。そして、台形分布の時は三角形部分と四角形部分に分けて考えていきます。

ここで、上底が3ρg、下底が4ρgなので、四角形部分の面積は3ρg、三角形部分の面積は0.5ρgで、奥行きを1mとするとそれぞれ大きさは3ρg、0.5ρgと表せます。

そして、全水圧Ｐは、P_1+P_2なので、3.5ρgとなります。

水面からP_1までの距離は3.5m、水面からP_2までの距離は11/3mです。また、水面から全水圧Pまでの距離をLとします。

図Ａ、図Ｂのモーメントは等しくなるはずですから、図Ａのモーメント＝図Ｂのモーメントを解くと値は3.52mとなるので、答えは『 ② **3.52m** 』ですね！

【例題④】過去問を解いてみよう！

図のような装置に入った２つの液体A、Bの密度をそれぞれ ρ_A 、ρ_B とし
Cの部分から空気を抜き、両側の液体を管を通して吸い上げ、Cのコックを
閉じたとき、それぞれの管の中で水面の高さが h_A 、h_B だけ上昇した。こ
のとき、ρ_A/ρ_B の値はいくらか。ただし、液体A、Bそれぞれの水面の位置は
等しく、空気の重さは無視する。

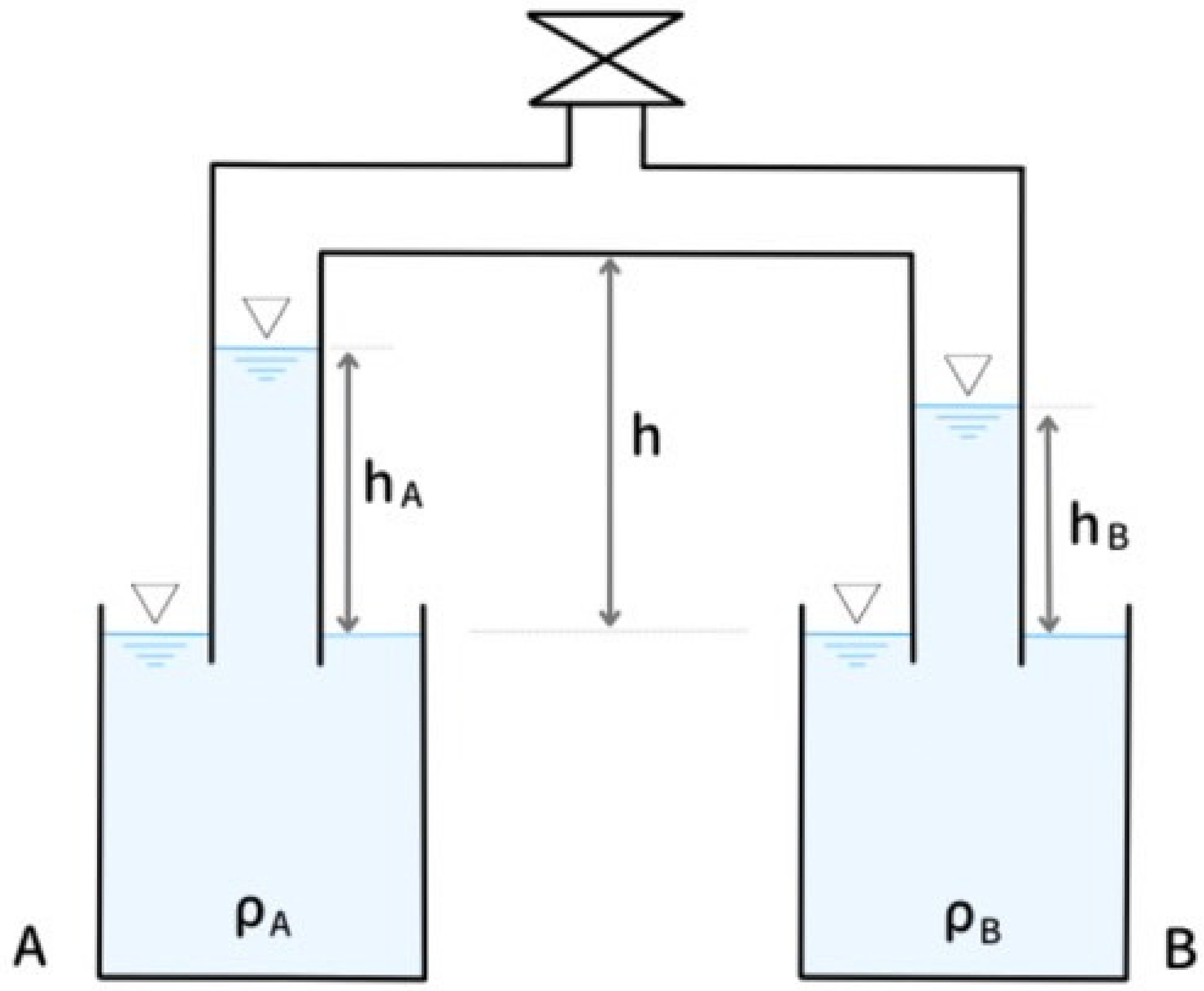
① $\dfrac{h_A}{h_B}$

② $\dfrac{h_B}{h_A}$

③ $\dfrac{h-h_A}{h-h_B}$

④ $\dfrac{h-h_B}{h-h_A}$

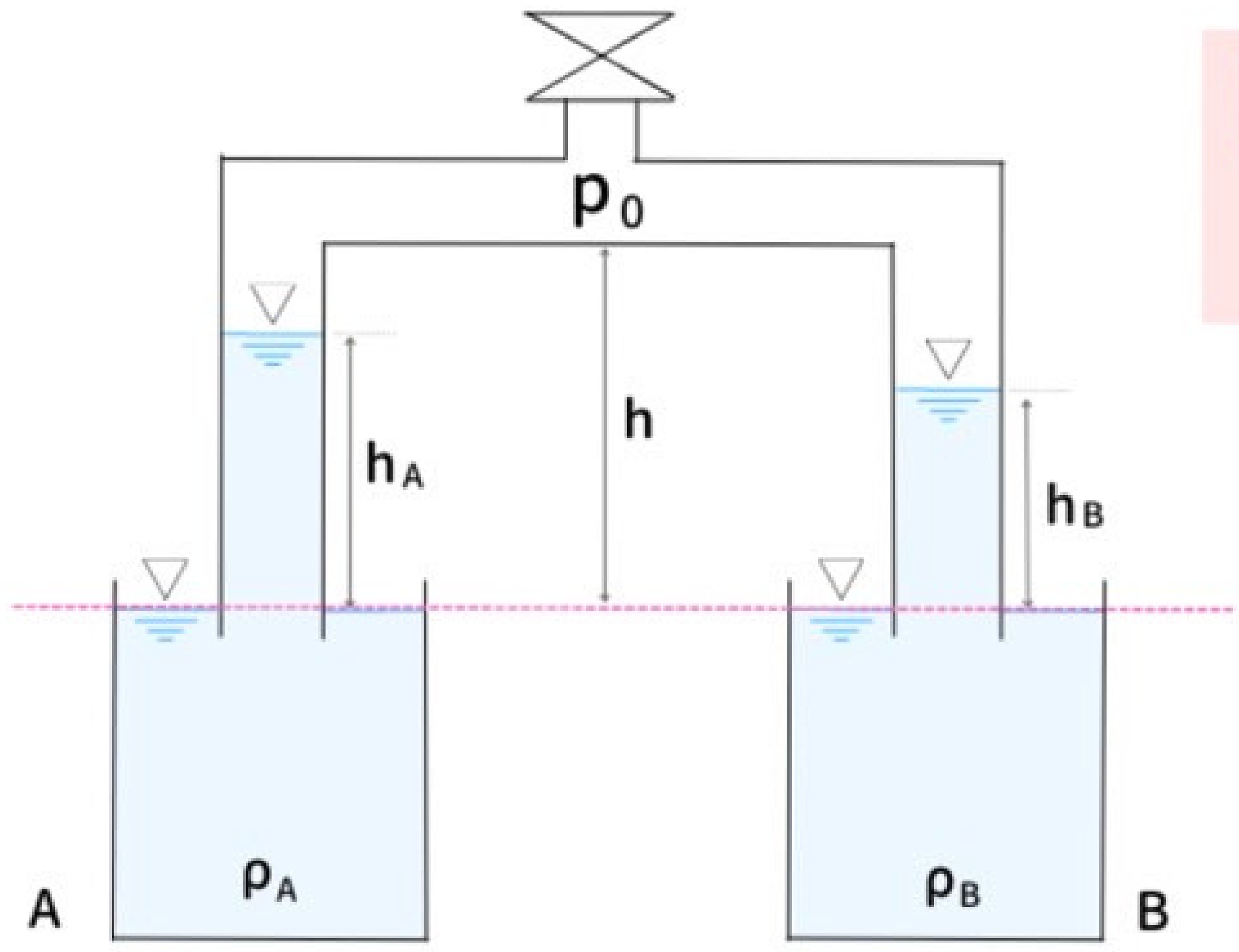
⑤ $\dfrac{h+h_A}{h+h_B}$



こちらも地方の試験で出題された問題です。

【例題④】過去問の解説

解答



公式

$$P = \rho g h$$

深さが同じなら水圧の大きさも等しい。
⇒ピンクの点線のラインの水圧の大きさは同じ！

C部分の大気圧をp_0とすると、以下の式が成り立つ。

$$p_0 + \rho_A g h_A = p_0 + \rho_B g h_B \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{h_B}{h_A}$$

『深さが同じなら水圧の大きさも等しい』という、水圧の性質が理解できているかいないかを問う問題ですね。

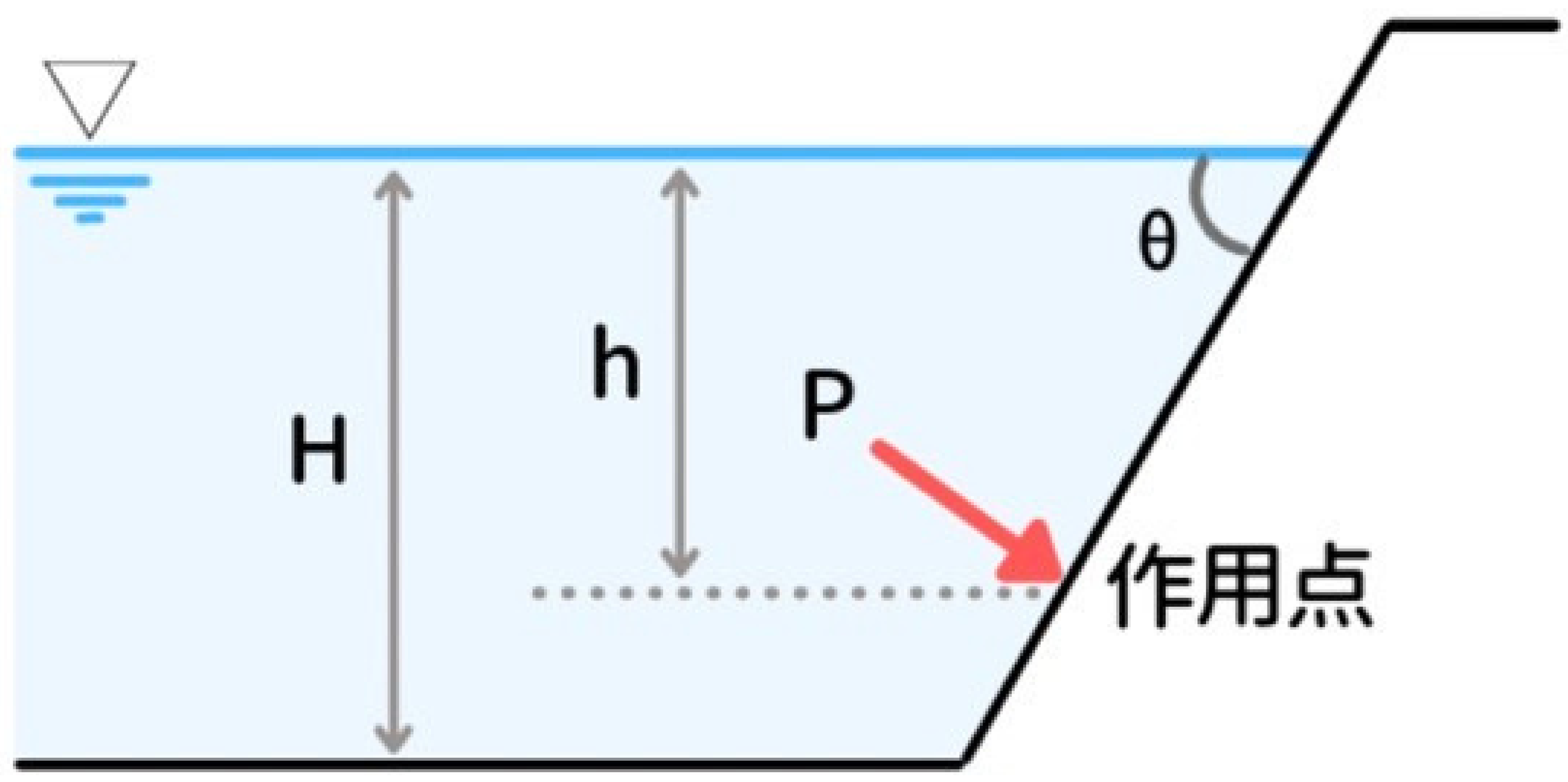
ピンクの点線ラインの水圧の大きさは等しくなるハズ。そして、C部分の圧力をp_0とすると、$P_0 + \rho_A g h_A = p_0 + \rho_B g h_B$という式が成り立ちますので、$\rho_A / \rho_B$の値は$h_B / h_A$だとすぐに気づけます。

ということで、答えは『**② h_B/h_A**』ですね！

【例題⑤】過去問を解いてみよう！

図のような傾斜面の単位幅に作用する全水圧の大きさＰと、作用点の位置の水深ｈの組合せとして最も妥当なのはどれか。ただし、水の密度をρ、重力加速度の大きさをｇとする。

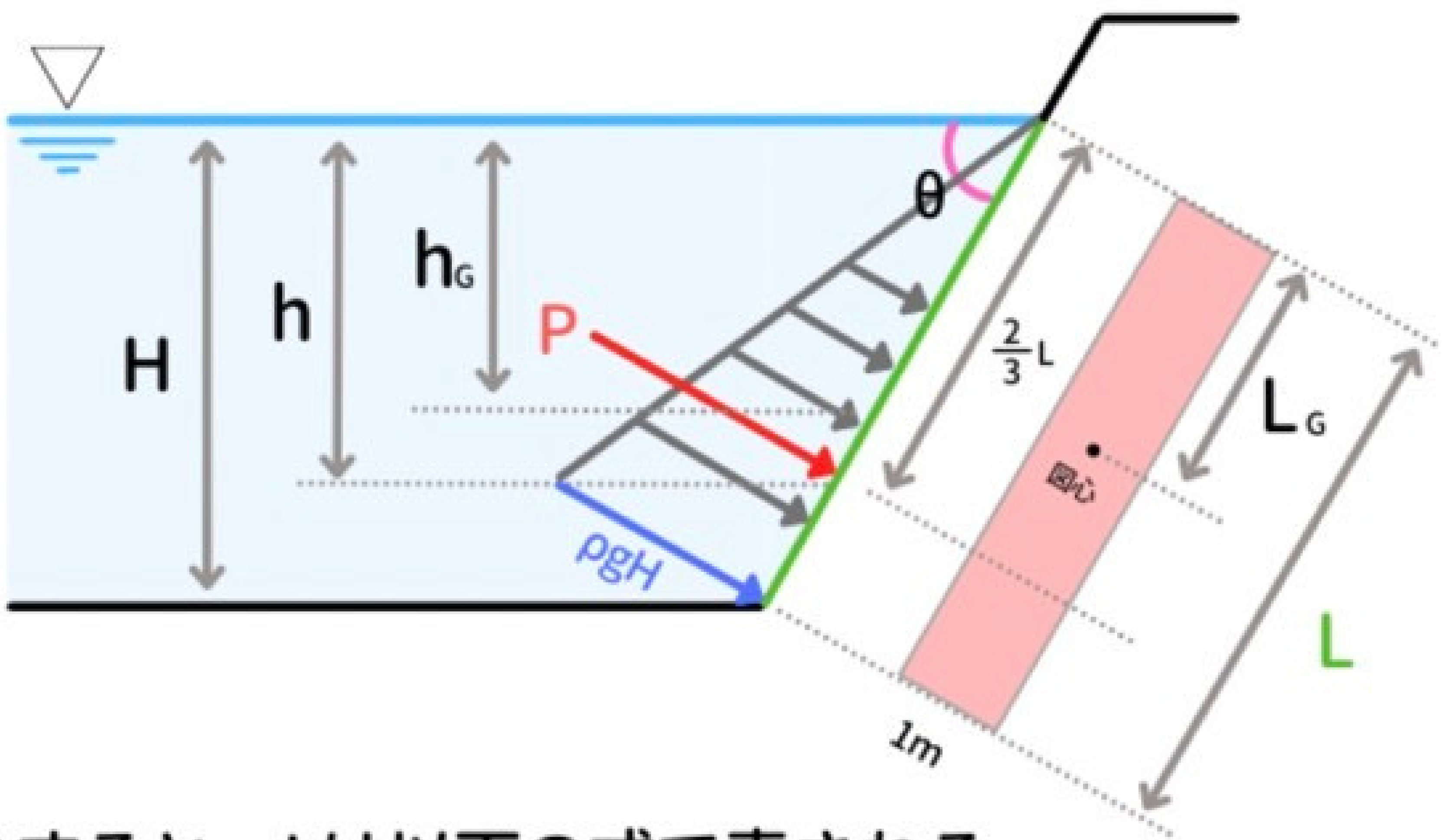
	P	h
①	$\frac{1}{2}\rho gH^2$	$\frac{1}{2}H$
②	$\frac{1}{2}\rho gH^2$	$\frac{2}{3}H$
③	$\frac{1}{2}\rho gH^2\sin\theta$	$\frac{1}{2}H$
④	$\frac{1}{2}\rho g\frac{H^2}{\sin\theta}$	$\frac{1}{2}H$
⑤	$\frac{1}{2}\rho g\frac{H^2}{\sin\theta}$	$\frac{2}{3}H$



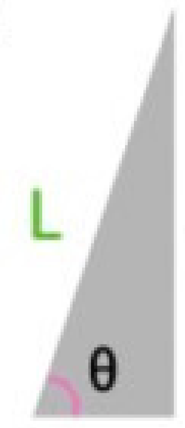
こちらは国家一般職の試験で出題された問題です。

【例題⑤】過去問の解説

解答



【参考】



$$\sin\theta = \frac{H}{L}$$

壁面の長さをLとすると、Lは以下の式で表される。

$$L = \frac{H}{\sin\theta} \cdots ① \qquad h = \frac{2}{3}L\sin\theta \cdots ②$$

①,②より

$$\Rightarrow \quad h = \frac{2}{3}H$$

Pは三角形部分の面積なので、幅をかけて大きさを求める。

$$P = \rho gH \times \frac{H}{\sin\theta} \times \frac{1}{2} \times 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}\rho g\frac{H^2}{\sin\theta}$$

単位幅なので、奥行き1m

まず、三角形分布の場合は、力は重心に作用するので、作用位置は斜面でも2H/3であることはすぐに判断できると思います。この段階で正解の肢は②か⑤になります。

一応、きちんとhを求めると、sinθ＝H/Lより、L＝H/sinθであることがわかります。そして、h＝2L/3×sinθなので、①②式より、h＝2H/3とhの大きさが求まります。

次にPの大きさを求めていきます。

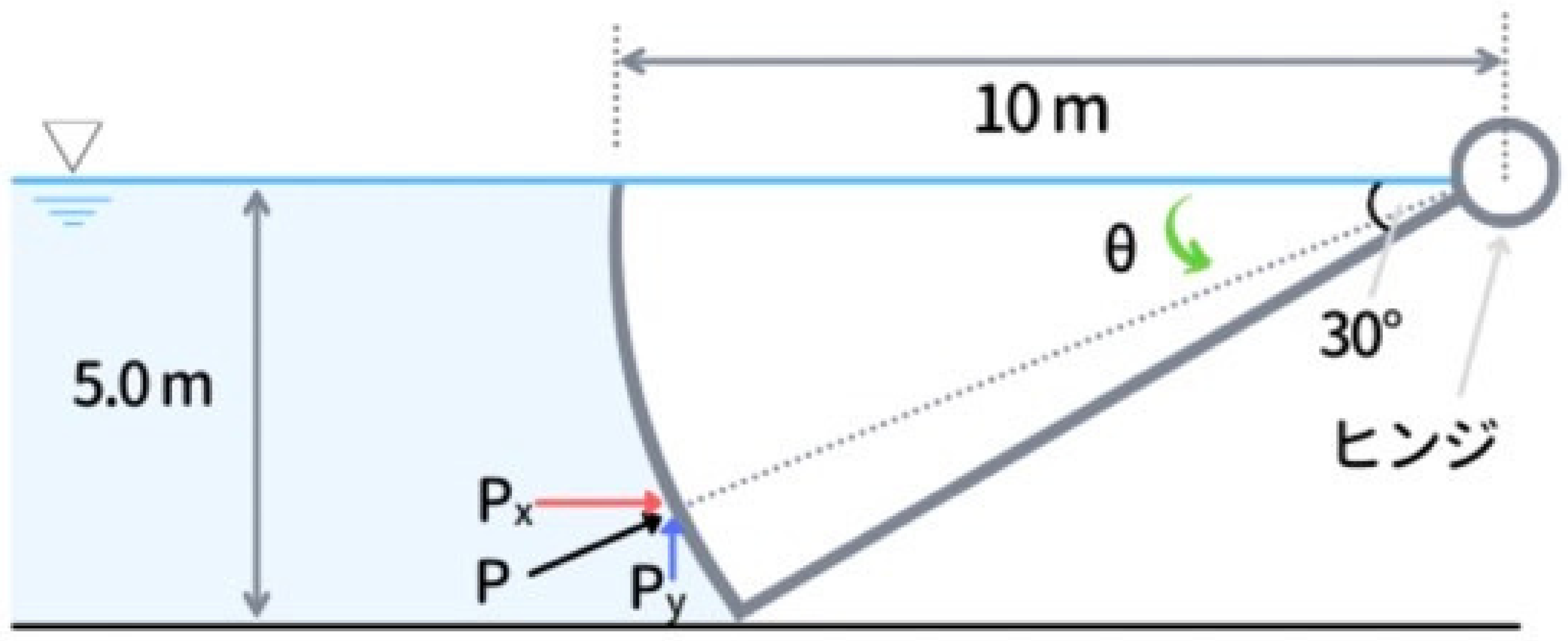
『深さが同じなら水圧の大きさも等しい』という性質から、青矢印の大きさがρgHであることに注意して計算するだけです。

三角形部分の面積が全水圧の大きさなので、ρgH×H/sinθ×1/2ということで、答えは『 **⑤ P＝1/2×ρgH²/sinθ：h＝2H/3** 』ですね！

【例題⑥】過去問を解いてみよう！

図のようなテンターゲートにかかる圧力などの数値の組合せとして最も妥当なのはどれか。ただし、全水圧Ｐの水平成分を P_x [kN]、鉛直成分を P_Y [kN] とし、作用方向は水平面から角度θとする。また、ゲート面は円弧で中心角は30°、中心までの距離は10ｍ、ゲート幅は2.0m、水の単位体積重量は10 kN/m³ とする。

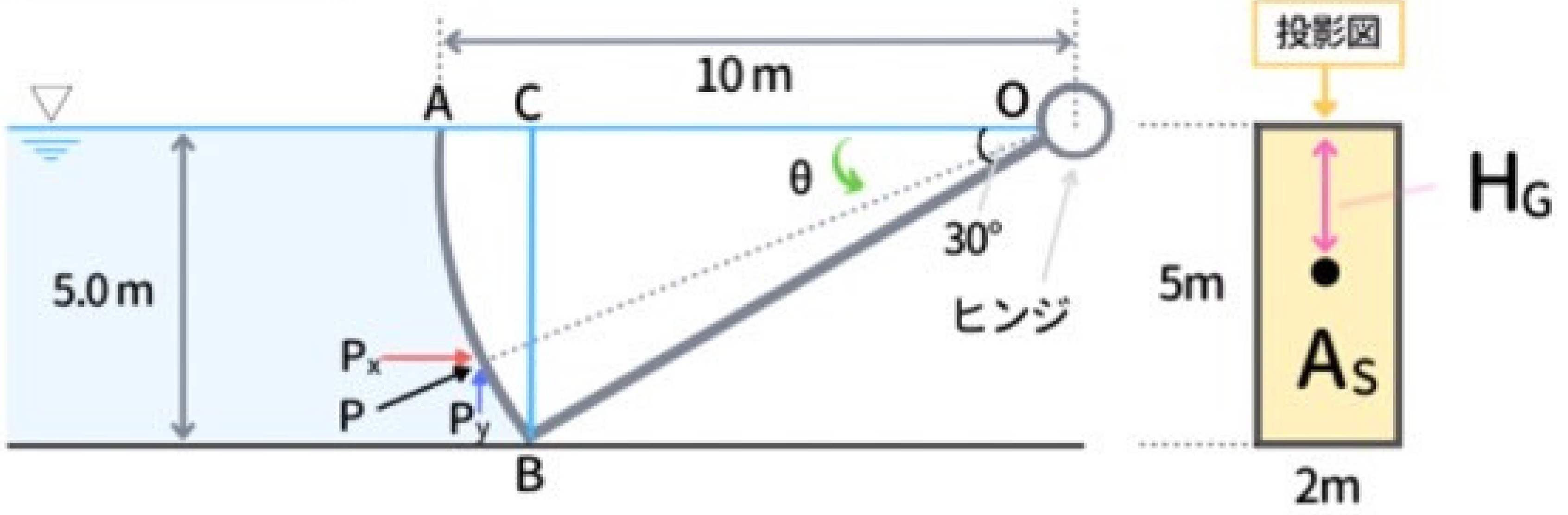
	P_x [kN]	P_y [kN]	tanθ
①	63	30	0.47
②	63	38	0.61
③	250	91	0.36
④	250	120	0.47
⑤	250	150	0.61



こちらも国家一般職の試験で出題された問題です。

【例題⑥】過去問の解説

解答



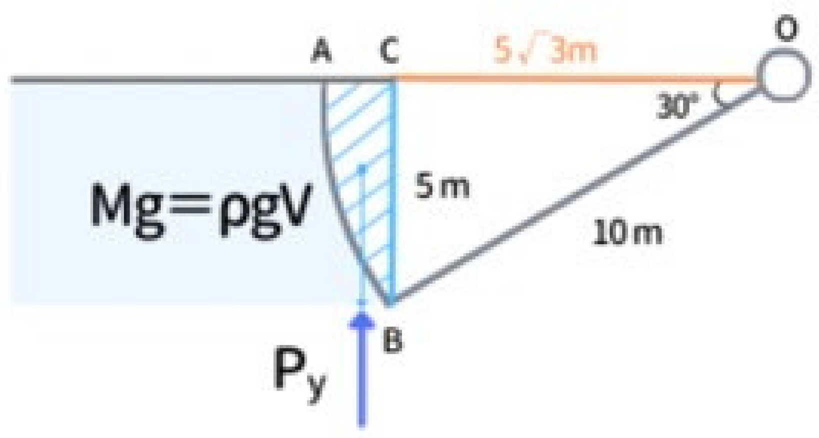
【参考】

公式

$P_X = \rho g H_G A_S$

$P_Y = \rho g V$

$P = \sqrt{P_X^2 + P_Y^2}$



$A_S = 2\text{m} \times 5\text{m} = 10\text{m}^2$

$H_G = 2.5\text{m} \qquad V \fallingdotseq 9.1\text{m}^3$

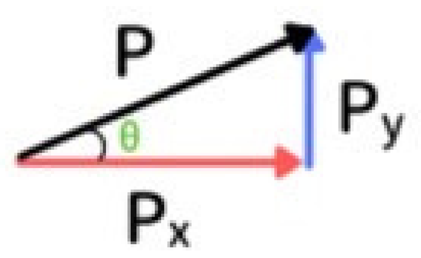
V=ABCの面積×幅=(扇形OABの面積−三角形OCBの面積)×幅

$(10 \times 10 \times \pi \times 30°/360° - 5\sqrt{3} \times 5 \div 2) \times 2 \fallingdotseq (26.18 - 21.65) \times 2 \fallingdotseq 9.06$

重力加速度gを10 m/s² とする。

$P_X = \rho g H_G A_S = 1000 \times 10 \times 2.5 \times 10 = 2.5 \times 10^5\ [\text{N}] = 250\ [\text{kN}]$

$P_Y = \rho g V = 1000 \times 10 \times 9.1 = 9.1 \times 10^4\ [\text{N}] = 91\ [\text{kN}]$



$\tan\theta = \dfrac{P_y}{P_x} \fallingdotseq 0.36$

テンターゲートの問題が出たら、まずは公式を思い出します。
この問題の場合は、投影面積A_Sは、10m²で、図心までの距離H_Gは2.5mであることはすぐに判断できると思います。

体積Vの考え方が複雑なのですが、Ｖというのは、図のABCの体積のことです。
なので、扇形OABの体積から、三角形OCBの体積を引き算すれば求めたい値が求まります。
計算すると、ABCの体積は、大体9.1m³になります。
ココまで整理出来れば、後は公式に当てはめて計算するだけです。

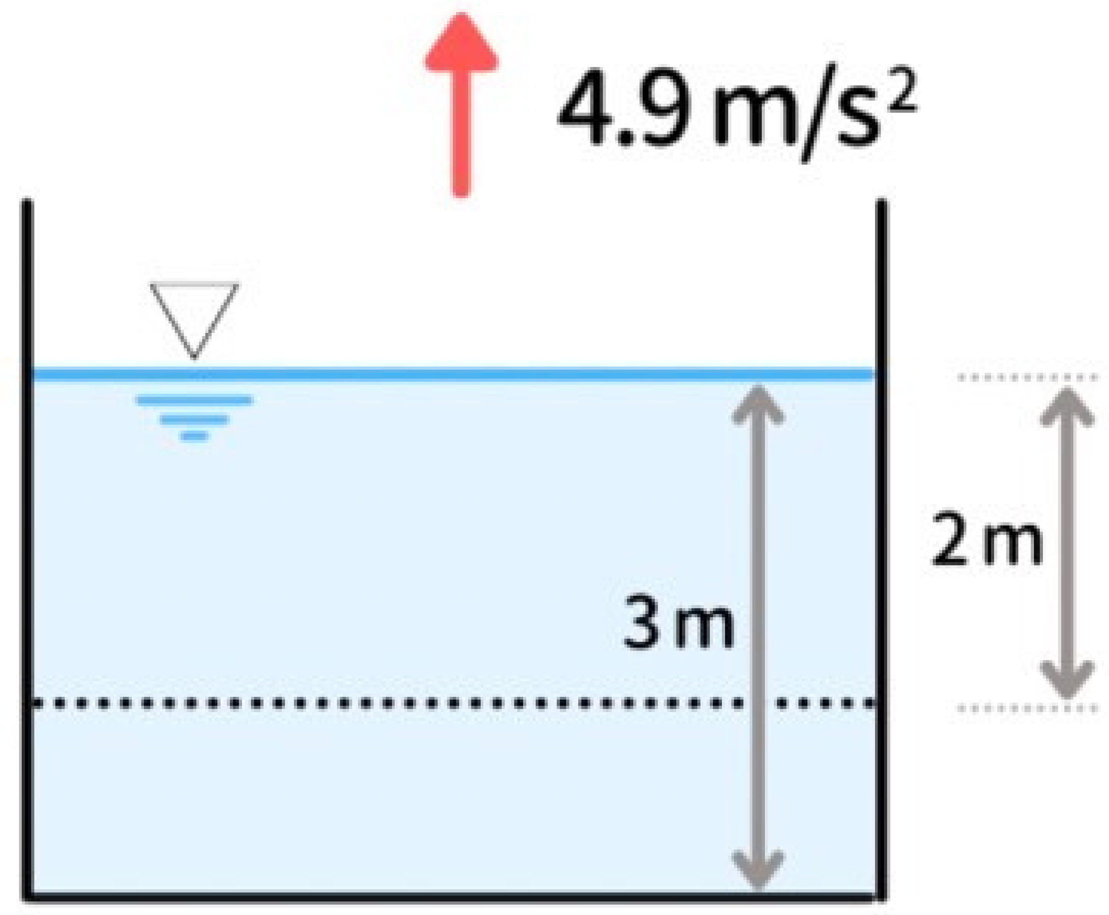
P_Xが、$\rho g H_G A_S$なので、計算すると、250kN
P_Yが、$\rho g V$なので、計算すると、91kNになります。
そして、$\tan\theta$はP_Y/P_Xなので、0.36くらいになります。

ということで、答えは『 **③ 250kN：91kN：0.36** 』ですね！

【例題⑦】過去問を解いてみよう！

図のように、水深 3.00m の水が入った容器に鉛直上向きの力を加え、4.90 m/s^2 の加速度で容器を動かした時、水面から鉛直下向きに2.00 m の位置における圧力はいくらか。ただし、水の密度を 1.00×10^3 kg/m^3 、重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

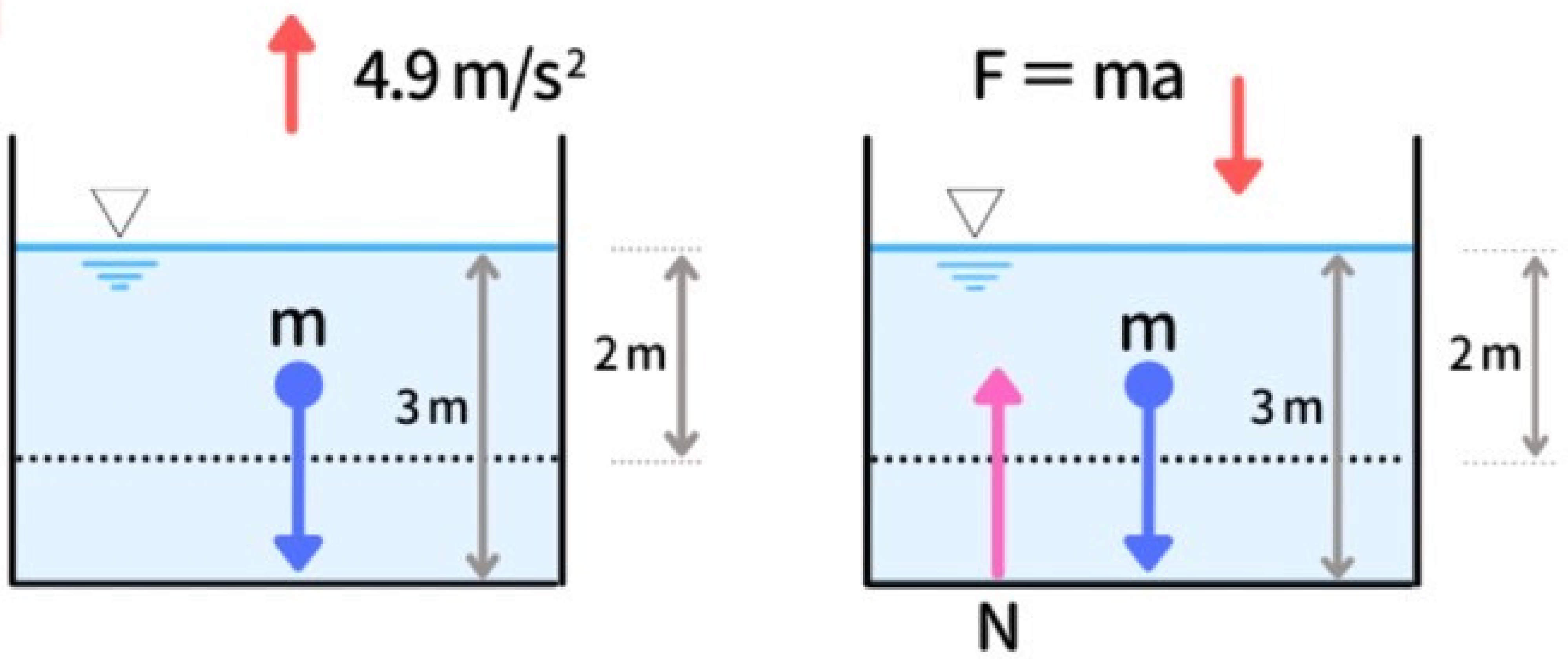
① 4.90 kN/m^2
② 9.80 kN/m^2
③ 14.7 kN/m^2
④ 19.6 kN/m^2
⑤ 29.4 kN/m^2



こちらも国家一般職の試験で出題された問題です。物理的な知識も必要とする問題です。

【例題⑦】過去問の解説

解答



水の重さをm、重力加速度をg、加速度をa、垂直抗力をNとして式を立てると

$N = mg + ma$
$\rightarrow N = m(g + a)$ ➡ 公式$P = \rho gh$のgを$(g+a)$に置き換えて考えればOK

$P = \rho(g+a)h$より、$1000 \times (9.8+4.9) \times 2 = 29.4 \times 10^3$ [N/m²]

➡ 29.4 [kN/m²]

慣性力の公式は「**F=－ma**」で、大きさ自体は「ma」です。
m：質量、a：加速度

なぜマイナスがつくのかというと、慣性力という力は加速度と反対方向に作用するからです！
(ちなみに、mというのは、ρ×Vのことで、Vは面積×奥行きになります。)

そこで、水の重さをm、重力加速度をg、加速度をa、垂直抗力をNとして式を立てると、N＝m(g＋a)という式が成り立ちます。
⇒なので、水圧の公式のρghの普段使っているgの部分を(g+a)に置き換えて、計算すれば答えが求まります。

計算すると、29.4kN/m²となるので、答えは『⑤ **29.4kN/m²**』ですね！